MATE 2000+ ©
Inițiere

Nume: ....

Prenume: ....

Clasă: ....

Școală: ....

....

EDITURA PARALELA 45
EDUCAȚIONAL

Acest auxiliar didactic este aprobat pentru utilizarea în unităţile de învăţământ preuniversitar prin O.M.E.N. nr. 3022/08.01.2018.
Lucrarea este elaborată în conformitate cu Programa şcolară în vigoare pentru clasa a V-a, aprobată prin O.M.E.N. nr. 3393/28.02.2017.

Referinţă ştiinţifică: Lucrarea a fost definitivată prin contribuţia şi recomandările Comisiei ştiinţifice şi metodice a publicaţiilor Societăţii de Ştiinţe Matematice din România. Aceasta şi-a dat avizul favorabil în ceea ce priveşte alcătuirea şi conţinutul matematic.

Redactare: Andreea Roşca, Roxana Pietreanu
Tehnoredactare: Iuliana Ene
Pregătire de tipar: Marius Badea
Design copertă: Mirona Pintilie

Descrierea CIP a Bibliotecii Naţionale a României
TUDOR, ION
Matematică : aritmetică, algebră, geometrie : modalităţi de lucru diferenţiate - pregătire suplimentară prin planuri individualizate : caiet de lucru - 5 / Ion Tudor. - Ed. a 6-a. - Piteşti : Paralela 45, 2022
2 vol.
ISBN 978-973-47-3648-5
Partea 1. - 2022. - ISBN 978-973-47-3649-2

51

COMENZI – CARTEA PRIN POŞTĂ

EDITURA PARALELA 45
Bulevardul Republicii, Nr. 148, Clădirea C1, etaj 4, Piteşti, jud. Argeş, cod 110177
Tel.: 0248 633 130; 0753 040 444; 0721 247 918
Tel./fax: 0248 214 533; 0248 631 439; 0248 631 492
E-mail: **comenzi@edituraparalela45.ro**
sau accesaţi **www.edituraparalela45.ro**

Tiparul executat la tipografia *Editurii Paralela 45*
E-mail: tipografie@edituraparalela45.ro

Ion TUDOR

matematică

aritmetică, algebră, geometrie

• Modalităţi de lucru diferenţiate
• Pregătire suplimentară prin planuri individualizate

Caiet de lucru

Partea I

5

Ediţia a VI-a

Editura Paralela 45

Stimate cadre didactice/dragi elevi,

Vă mulţumim că şi în acest an şcolar aţi ales să utilizaţi auxiliarele din colecţia **Mate 2000+**!

Mate 2000+ este cea mai longevivă colecţie din domeniul educaţional la nivel naţional şi, pentru multe generaţii de elevi, astăzi părinţi, reprezintă sinonimul reuşitei în carieră şi de ce nu, în viaţă. Concepută şi gândită de un colectiv de specialişti în domeniul educaţiei ca un produs unic pe piaţa editorială din România, **MATE 2000+** a reuşit să se impună, fiind în acest moment lider pe piaţa auxiliarelor şcolare dedicate matematicii.

Tehnologia a evoluat, vremurile s-au schimbat, iar toate acestea ne fac să credem că şi modul de abordare a predării se va schimba treptat. Fideli dezideratului de a oferi elevilor informaţii de un real folos, avem deosebita plăcere de a vă prezenta **Aplicaţia MATE 2000+**. Creată într-un mod intuitiv, disponibilă atât în Apple Store, cât şi în Play Store, cu secţiuni dedicate elevilor şi profesorilor, aplicaţia îmbogăţeşte partea teoretică din auxiliarele noastre.

Rolul aplicaţiei MATE 2000+ este de a oferi elevilor posibilitatea de a urmări într-un mod sistematizat conţinuturile esenţiale din programă, iar pentru profesori reprezintă un sprijin important pentru organizarea eficientă a lecţiilor, atât la clasă, cât şi în sistem online.

Vă dorim o experienţă de utilizare excelentă!
Echipa Editurii Paralela 45

Teste de evaluare iniţială

Testul 1

Se acordă 1 punct din oficiu.

Partea I – Scrieţi litera corespunzătoare singurului răspuns corect:

(0,5p) **1.** Rezultatul calculului 9×8 este egal cu:
A. 64; B. 54; C. 72; D. 56.

(0,5p) **2.** Dublul numărului 50 este egal cu:
A. 40; B. 100; C. 120; D. 60.

(0,5p) **3.** Cel mai mic număr impar de trei cifre diferite este:
A. 102; B. 123; C. 111; D. 103.

(0,5p) **4.** Numărul natural par de patru cifre mai mare decât 9996 este:
A. 9998; B. 9997; C. 9999; D. 9996.

(0,5p) **5.** Numărul mai mare cu 385 decât 1064 este egal cu:
A. 1542; B. 1449; C. 1500; D. 1349.

(0,5p) **6.** Numărul mai mic cu 407 decât 2106 este egal cu:
A. 1699; B. 1799; C. 1589; D. 1649.

(0,5p) **7.** Numărul de 6 ori mai mare decât 75 este egal cu:
A. 750; B. 475; C. 460; D. 450.

(0,5p) **8.** Câtul împărţirii 182 : 7 este egal cu:
A. 24; B. 37; C. 26; D. 35.

(0,5p) **9.** Rezultatul calculului $6 - 2 : 2$ este egal cu:
A. 4; B. 2; C. 7; D. 5.

Partea a II-a – La următoarele probleme se cer rezolvări complete:

(0,8p) **1.** Calculaţi $10 \cdot [235 : 5 + 92 : (23 \cdot 6 - 134)]$.

2. Determinaţi cifra x pentru care:

(0,8p) a) $\overline{86x1} > \overline{8x51}$;

(0,7p) b) $\overline{86x1} < \overline{8x51}$.

3. Radu a cheltuit suma de 270 lei în patru zile. În prima zi a cheltuit a treia parte din sumă, în ziua următoare a cheltuit a cincea parte din suma rămasă, iar suma cheltuită a treia zi a fost egală cu diferenţa sumelor de bani cheltuite în primele două zile.

(0,8p) a) Calculaţi suma de bani cheltuită a doua zi.

(0,7p) b) Calculaţi suma de bani cheltuită a treia zi.

(0,7p) c) Calculaţi suma de bani cheltuită a patra zi.

Testul 2

Se acordă 1 punct din oficiu.

Partea I – Scrieţi litera corespunzătoare singurului răspuns corect:

(0,5p) **1.** Rezultatul calculului 8×7 este egal cu:
A. 54; B. 49; C. 64; D. 56.

(0,5p) **2.** Jumătatea numărului 30 este egală cu:
A. 10; B. 15; C. 20; D. 60.

(0,5p) **3.** Cel mai mare număr par de trei cifre distincte este:
A. 998; B. 986; C. 999; D. 789.

(0,5p) **4.** Cel mai mic număr de patru cifre diferite este:
A. 4321; B. 1023; C. 1234; D. 2103.

(0,5p) **5.** Suma numerelor 234 şi 1258 este egală cu:
A. 1492; B. 1024; C. 1482; D. 1592.

(0,5p) **6.** Diferenţa numerelor 1025 şi 382 este egală cu:
A. 553; B. 643; C. 743; D. 734.

(0,5p) **7.** Produsul numerelor 56 şi 8 este egal cu:
A. 864; B. 244; C. 348; D. 448.

(0,5p) **8.** Câtul împărţirii 864 : 9 este egal cu:
A. 16; B. 96; C. 97; D. 12.

(0,5p) **9.** Rezultatul calculului $3 + 3 \times 3$ este egal cu:
A. 12; B. 18; C. 9; D. 10.

Partea a II-a – La următoarele probleme se cer rezolvări complete:

(0,8p) **1.** Calculaţi $100 : [110 : 5 - 96 : (203 - 65 \cdot 3)]$.

2. Determinaţi valorile numărului natural n, $n \neq 0$, pentru care:

(0,8p) a) $\frac{2}{3} > \frac{n}{3}$;

(0,7p) b) $\frac{5}{4} < \frac{5}{n}$.

3. Două penare şi cinci cărţi costă 95 lei, iar două penare şi trei cărţi costă 65 lei.

(0,8p) a) Aflaţi cât costă o carte.

(0,7p) b) Aflaţi cât costă două penare.

(0,7p) c) Aflaţi cât costă patru penare şi şapte cărţi.

Testul 3

Se acordă 1 punct din oficiu.

Partea I – Scrieţi litera corespunzătoare singurului răspuns corect:

(0,5p) **1.** Rezultatul calculului 9×6 este egal cu:
A. 72; B. 56; C. 54; D. 40.

(0,5p) **2.** Sfertul numărului natural 40 este egal cu:
A. 8; B. 10; C. 9; D. 12.

(0,5p) **3.** Cel mai mic număr par de patru cifre diferite este:
A. 2468; B. 2222; C. 1234; D. 1024.

(0,5p) **4.** Cel mai mare număr natural mai mic decât 827 este:
A. 826; B. 825; C. 828; D. 800.

(0,5p) **5.** Suma numerelor 2045 şi 448 este egală cu:
A. 2393; B. 2493; C. 2495; D. 2500.

(0,5p) **6.** Diferenţa numerelor 1146 şi 293 este egală cu:
A. 833; B. 835; C. 853; D. 721.

(0,5p) **7.** Produsul numerelor 47 şi 9 este egal cu:
A. 423; B. 422; C. 692; D. 204.

(0,5p) **8.** Câtul împărţirii 984 : 8 este egal cu:
A. 182; B. 174; C. 125; D. 123.

(0,5p) **9.** Rezultatul calculului 8 – 4 : 2 este egal cu:
A. 2; B. 6; C. 4; D. 5.

Partea a II-a – La următoarele probleme se cer rezolvări complete:

(0,8p) **1.** Calculaţi $[133 : 7 - 45 : (57 \cdot 10 - 565)] \cdot 409$.

2. Se consideră numerele naturale $\overline{5x29}$ şi $\overline{59yx}$. Determinaţi cifrele x şi y pentru care:

(0,8p) a) $\overline{5x29} = \overline{59yx}$;

(0,8p) b) $\overline{5x29} > \overline{59yx}$.

3. O papetărie a vândut în prima zi 78 de caiete, în ziua următoare a vândut de trei ori mai multe caiete, în a treia zi a vândut cu 19 caiete mai puţin decât în primele două zile la un loc, iar în a patra zi a vândut restul de 45 de caiete.

(0,7p) a) Aflaţi numărul caietelor vândute în a doua zi.

(0,7p) b) Aflaţi numărul caietelor vândute în a treia zi.

(0,7p) c) Aflaţi numărul caietelor vândute în cele patru zile.

ALGEBRĂ

Capitolul I

NUMERE NATURALE

Lecţia 1. Scrierea şi citirea numerelor naturale

Citesc şi reţin

Scrierea unui număr natural se face cu ajutorul a zece simboluri numite **cifre**. Acestea sunt: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Cu ajutorul acestora putem scrie numere naturale cu două sau mai multe cifre, respectând următoarele reguli:

- prima cifră a unui număr natural format din două sau mai multe cifre este diferită de zero;
- în scrierea unui număr natural orice cifră se poate repeta sau nu.

Acest mod de scriere a unui număr natural se numeşte **scriere în sistem zecimal** sau **scriere în baza zece**, pentru că zece unităţi de un anumit ordin formează o unitate de ordin imediat superior.

Un număr natural de două cifre se scrie $\overline{ab}$, $a \neq 0$, iar $\overline{ba}$ se numeşte **răsturnatul** său dacă $b \neq 0$.

Un număr natural de trei cifre se scrie $\overline{abc}$, $a \neq 0$, iar $\overline{cba}$ se numeşte **răsturnatul** său dacă $c \neq 0$ şi aşa mai departe.

Citirea unui număr natural se face grupând cifrele câte trei de la dreapta spre stânga. Aceste grupe se numesc **clase**. În ordine, de la dreapta la stânga avem: clasa unităţilor, clasa miilor, clasa milioanelor, clasa miliardelor etc. Cele trei cifre din fiecare clasă reprezintă de la dreapta la stânga cifra de ordinul unităţilor, cifra de ordinul zecilor, respectiv cifra de ordinul sutelor de unităţi din clasa respectivă. Din acest motiv, scrierea numerelor naturale în baza zece este o scriere poziţională, deoarece valoarea fiecărei cifre este dată de poziţia pe care o ocupă.

s	*z*	*u*	*s*	*z*	*u*	*s*	*z*	*u*	*s*	*z*	*u*
clasa miliardelor			clasa milioanelor			clasa miilor			clasa unităţilor		

Numere naturale pare. Numere naturale impare

Orice număr natural care are cifra unităţilor 0, 2, 4, 6 sau 8 se numeşte **număr par**.

Orice număr natural care are cifra unităţilor 1, 3, 5, 7 sau 9 se numeşte **număr impar**.

Numerele naturale scrise în ordinea succesivă: 0, 1, 2, ..., 9, 10, 11, ..., 99, 100, 101, ... formează **şirul numerelor naturale**.

Dacă n este un număr natural mai mare ca zero, atunci numărul $n - 1$ se numeşte **predecesorul** său, iar numărul $n + 1$ se numeşte **succesorul** său.

Dacă n este un număr natural, atunci n şi $n + 1$ se numesc **numere naturale consecutive**.

Cum se aplică?

1. Scrieţi următoarele numere naturale:

a) şase mii cincizeci şi patru; b) nouăzeci şi trei de mii cinci;

c) cinci sute şase mii treizeci.

Soluţie:

a) 6054; b) 93005; c) 506030.

2. Se consideră numărul <u>6</u> 3 0 4 <u>8</u> <u>1</u> 7 5. Precizaţi clasa şi ordinul cifrelor subliniate.

Soluţie:

Cifra 1 face parte din clasa unităţilor şi este de ordinul sutelor.
Cifra 8 face parte din clasa miilor şi este de ordinul unităţilor.
Cifra 6 face parte din clasa milioanelor şi este de ordinul zecilor.

3. Determinaţi numerele naturale impare de forma $\overline{3x7y}$ care au suma cifrelor egală cu 17.

Soluţie:

$3 + x + 7 + y = 17$, deci $x + y = 17 - 10$, de unde rezultă că $x + y = 7$. Deoarece numerele $\overline{3x7y}$ sunt impare, deducem că y poate fi 1, 3, 5 sau 7, prin urmare valorile corespunzătoare ale lui x sunt 6, 4, 2, respectiv 0. Numerele cerute sunt: 3671, 3473, 3275 şi 3077.

Ştiu să rezolv

Exerciţii şi probleme de dificultate minimă

1. Citiţi următoarele numere naturale:

a) 358; b) 504; c) 612; d) 790;
e) 4123; f) 5017; g) 6704; h) 9820;
i) 12345; j) 42038; k) 50821; l) 83106.

2. Citiţi următoarele numere naturale:

a) 523149; b) 603468; c) 700207; d) 206046;
e) 1020400; f) 2203109; g) 6006005; h) 40401108.

3. Completaţi spaţiile punctate cu răspunsul corect.

a) Numerele naturale de două cifre diferite scrise cu cifrele 1 şi 8 sunt:
....

b) Numerele naturale de trei cifre (nu toate identice) scrise cu cifrele 2 şi 5 sunt:
....

c) Numerele naturale de trei cifre diferite scrise cu cifrele 0, 4 şi 9 sunt:
....

4. Completaţi spaţiile punctate cu răspunsul corect.

a) Numerele naturale impare de trei cifre diferite scrise cu cifrele 1, 6 şi 9 sunt:
....

b) Numerele naturale pare de patru cifre diferite scrise cu cifrele 0, 5, 7 şi 8 sunt:
....

5. Scrieţi următoarele numere naturale:

a) nouă mii trei sute unu ....; b) două mii nouă sute doi .... ;
c) cinci mii treizeci şi nouă ....; d) patru mii şaizeci şi patru .... ;
e) douăsprezece mii cinci ....; f) nouăsprezece mii şapte ....

6. Scrieţi un număr natural de:

a) patru cifre care să aibă cifra sutelor 8;
b) patru cifre care să aibă cifra zecilor 0;
c) cinci cifre care să aibă cifra zecilor de mii 1;
d) şase cifre care să aibă cifra sutelor de mii 9.

7. Scrieţi următoarele numere naturale:

a) o sută două mii şaptezeci;
....
b) şapte sute şapte mii nouă;
....
c) nouă sute cincisprezece mii opt;
....
d) cinci sute patru mii o sută şase.
....

8. Scrieţi un număr natural de:

a) cinci cifre care să aibă cifra sutelor 2 şi cifra zecilor de mii 8;
b) cinci cifre care să aibă cifra zecilor 4 şi cifra zecilor de mii 3;
c) şase cifre care să aibă cifra unităţilor 5 şi cifra zecilor de mii 9;
d) şase cifre care să aibă cifra unităţilor 3 şi cifra sutelor de mii 6.

9. Scrieţi următoarele numere naturale:

a) un milion două sute patru mii o sută doi;
b) trei milioane douăzeci de mii şapte sute;
c) treizeci şi unu de milioane o sută de mii douăzeci;
d) şaizeci şi cinci de milioane două mii opt sute cinci.

10. Completaţi următorul tabel:

Numărul	Numărul unităţilor reprezentate de cifra					
683245	3	4	8	6	5	2

11. Completaţi tabelul următor, unde m şi n sunt numere naturale consecutive:

m	72	105			5628		11018	
n			825	740		7024		312510

12. Completaţi următorul tabel, unde m şi n sunt numere naturale consecutive de aceeaşi paritate:

m	65			504			10861	
n		108	411		4627	8002		701156

13. Dacă propoziţia este adevărată, încercuiţi litera A, iar dacă propoziţia este falsă, încercuiţi litera F.

a) Dacă m şi n sunt două numere naturale consecutive, atunci $n = m + 1$. A F

b) Dacă m şi n sunt două numere naturale consecutive de aceeaşi paritate, atunci $n = m + 2$. A F

14. În tabelul următor este înregistrat numărul de pagini citite de Radu, în cinci zile, din romanul *Doi ani de vacanţă*, scris de Jules Verne.

Ziua	Luni	Marţi	Miercuri	Joi	Vineri
Numărul de pagini	47	50	57	48	59

a) Folosind informaţiile din tabel, precizaţi zilele în care numerele de pagini citite sunt două numere naturale consecutive ....
b) Folosind informaţiile din tabel, precizaţi zilele în care numerele de pagini citite sunt două numere naturale pare consecutive ....
c) Folosind informaţiile din tabel, precizaţi zilele în care numerele de pagini citite sunt două numere naturale impare consecutive ....

15. Completaţi tabelul următor:

Numărul	75	100	5279	10692				
Predecesorul					89		9273	
Succesorul						407		51180

16. Precizaţi clasa şi ordinul cifrelor subliniate:

a) $29\underline{4}05$; b) $6\underline{0}178$; c) $\underline{9}4169$; d) $542\underline{9}4$;
e) $3\underline{4}1524$; f) $91\underline{7}284$; g) $502\underline{4}88$; h) $\underline{6}84001$.

f)

h)

17. Completaţi spaţiile punctate cu răsturnatele următoarelor numere naturale:

a) 45 ....; b) 72 ....; c) 283 ....; d) 105 ....;
e) 7529 ....; f) 5824 ....; g) 41705 ....; h) 12359 ....

18. Scrieţi numerele naturale de două cifre care sunt egale cu răsturnatele lor.

19. Încercuiţi litera corespunzătoare singurului răspuns corect.

a) Dacă numărul natural $\overline{6140a}$ are cifrele diferite şi este par, atunci cifra a este:
A. 2; B. 2 sau 5; C. 2 sau 8; D. 8.

b) Dacă numărul natural $\overline{5219x}$ are cifrele diferite şi este impar, atunci cifra x este:
A. 7 sau 5; B. 3; C. 7; D. 3 sau 7.

Exerciţii şi probleme de dificultate medie

20. Scrieţi numerele naturale:

a) pare de forma $\overline{1x7x}$; b) impare de forma $\overline{35xx}$.

21. i) Determinaţi numerele naturale de forma $\overline{xyz}$, $x \neq 0$, $y \neq 0$, $z \neq 0$, care îndeplinesc condiţia $x = y + z$ în următoarele cazuri:

a) $\overline{3yz}$; b) $\overline{5yz}$.

ii) Determinaţi numerele naturale de forma $\overline{xyz}$, $x \neq 0$, $y \neq 0$, $z \neq 0$, care îndeplinesc condiţia $y = x \cdot z$ în următoarele cazuri:

a) $\overline{x9z}$; b) $\overline{x6z}$.

22. Determinaţi numerele naturale de forma $\overline{4x3y}$ care au produsul cifrelor egal cu:

a) 24; b) 36.

23. Determinaţi numerele naturale pare de forma $\overline{56xy}$ care au suma cifrelor egală cu:

a) 15; b) 16.

24. Determinaţi numerele naturale impare de forma $\overline{1xy3z}$ care au produsul cifrelor egal cu:

a) 60; b) 54.

25. Scrieţi numerele pare de forma:

a) $\overline{51xy}$, unde $x = 2y$; b) $\overline{8x5y}$, unde $x = 3y$; c) $\overline{47xy}$, unde $y = 4x$.

26. Determinaţi numărul natural $\overline{abc}$, $a \neq 0$, ştiind că cifrele sale sunt trei numere naturale consecutive de aceeaşi paritate, a căror sumă este egală cu 21.

27. Aflaţi câte numere naturale de trei cifre sunt egale cu răsturnatele lor.

Exerciţii şi probleme de dificultate avansată

28. Pe tablă sunt scrise numerele 1, 2, 3, ..., 1001. Se aleg trei numere şi din suma celor două numere mai mari se scade numărul cel mai mic, diferenţa obţinută se scrie pe tablă, iar cele trei numere se şterg. Se repetă procedeul până când pe tablă rămâne un singur număr. Ultimul număr rămas pe tablă este impar? Justificaţi răspunsul.

29. Determinaţi numerele naturale de trei cifre care au suma cifrelor de trei ori mai mare decât suma cifrelor succesorilor lor.

30. Determinaţi numerele naturale $\overline{abcd}$ cu $a \neq 0$ şi $b \neq 0$, care îndeplinesc condiţia: dacă se şterge cifra a, devin de nouă ori mai mici.

Ce notă merit?
Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

(3p) **1.** Scrieţi numărul natural:
a) cinci mii şaizeci şi doi; b) optsprezece mii treisprezece;
c) de şase cifre care are cifra zecilor şapte şi cifra sutelor de mii patru.

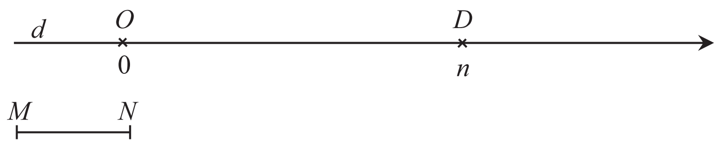
(3p) **2.** Se consideră numărul 2835076. Precizaţi clasa şi ordinul cifrelor:
a) 0; b) 3; c) 2.

(3p) **3.** Determinaţi numerele naturale impare de forma $\overline{71x2y}$ care au produsul cifrelor egal cu 84.

Lecția 2. Reprezentarea numerelor naturale pe axă

Citesc şi reţin

O dreaptă d pe care se fixează un punct O numit **origine**, se stabileşte un **sens de parcurgere** indicat de o săgeată (de la origine spre dreapta) şi se alege o **unitate de măsură** (un segment MN de lungime oarecare), se numeşte **axa numerelor**.



Fiecărui număr natural n îi corespunde un punct pe axa numerelor care se obţine măsurând de la origine în sens pozitiv n unităţi de măsură.

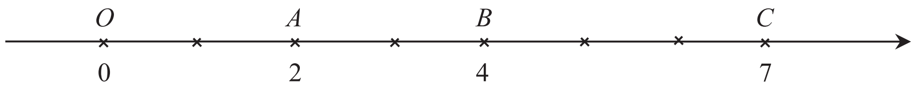
Numărul natural n se va numi **coordonata** punctului respectiv.

Coordonata originii este numărul natural 0.

Cum se aplică?

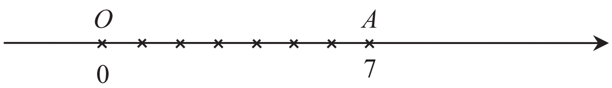
1. Reprezentaţi pe axă numerele: 0, 2, 4, 7, alegând drept unitate de măsură un segment cu lungimea de 1 cm.

Soluţie:



2. Punctul A este reprezentat pe axa numerelor cu originea în punctul O şi are coordonata 7. Calculaţi lungimea unităţii de măsură, ştiind că $OA = 35$ mm.

Soluţie:



Notăm lungimea unităţii de măsură cu x, deci $OA = 7x$, prin urmare $7x = 35$ mm, de unde rezultă că $x = 35$ mm : 7 şi obţinem $x = 5$ mm.

Ştiu să rezolv

Exerciţii şi probleme de dificultate minimă

1. Dacă notăm cu A originea axei numerelor naturale, stabiliţi valoarea de adevăr a propoziţiilor:

a) Coordonata punctului A este 0. ☐ b) Coordonata punctului A este 1. ☐

2. Scrieţi coordonatele punctelor din figura următoare, unde punctul O este originea axei numerelor:

3. Scrieţi coordonatele punctelor din figura următoare, unde punctul *O* este originea axei numerelor.

4. Reprezentaţi pe axă numerele naturale 1, 2 şi 3, alegând unitatea de măsură cu lungimea de:

a) 2 cm; b) 3 cm.

a) 

5. Alegând unitatea de măsură de 1 cm, reprezentaţi pe axă numerele:

a) 0, 1, 3, 5, 8, 9, 10; b) 2, 4, 6, 7, 8, 9, 11.

a) 

6. Alegând unitatea de măsură de 5 mm, reprezentaţi pe axă numerele:

a) 7, 8, 10, 13, 17, 20; b) 5, 9, 12, 15, 16, 19.

a) 

7. Reprezentaţi pe axa numerelor, alegând unitatea de măsură cu lungimea de 1 cm, următoarele puncte:

a) *D*, de coordonată 5; b) *E*, de coordonată 8; c) *F*, de coordonată 3.

8. Reprezentaţi pe axa numerelor, alegând o unitate de măsură potrivită, punctele:

a) *M*, de coordonată 52; b) *N*, de coordonată 70; c) *P*, de coordonată 85.

Exerciţii şi probleme de dificultate medie

9. Reprezentaţi pe axă numerele: 0, 10, 20, 40, 80, 100, 110, 120, 130, 140.

10. Punctul *A* este reprezentat pe axa numerelor cu originea în punctul *O* şi are coordonata 5. Aflaţi lungimea unităţii de măsură pentru fiecare caz:

a) *OA* = 10 cm; b) *OA* = 25 mm.

11. Punctele *A* şi *B* sunt reprezentate pe axa numerelor cu originea în punctul *O* şi au coordonatele 4, respectiv 7. Aflaţi lungimea unităţii de măsură pentru fiecare caz:

a) *AB* = 9 cm; b) *AB* = 42 mm.

12. Punctele E şi F sunt reprezentate pe axa numerelor cu originea în punctul O şi au coordonatele 8, respectiv 9. Dacă $EF = 2$ cm, aflaţi OE şi OF.

13. Punctele M şi N sunt reprezentate pe axa numerelor cu originea în punctul O şi au coordonatele 5, respectiv 9. Dacă $MN = 20$ mm, aflaţi OM şi ON.

Exerciţii şi probleme de dificultate avansată

14. Punctele A şi B sunt reprezentate pe axa numerelor cu originea în punctul O şi au coordonatele 5, respectiv 13. Dacă $OA = 35$ mm, aflaţi AB.

15. Punctele D, E şi F sunt reprezentate pe axa numerelor cu originea în punctul O şi au coordonatele 3, 8, respectiv 11. Dacă $DE = 3$ cm, aflaţi OF.

Ce notă merit?
Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

(3p) **1.** Reprezentaţi pe axa numerelor cu originea în punctul O, alegând unitatea de măsură cu lungimea de 1 cm, punctele:
a) A, de coordonată 4; b) B, de coordonată 5; c) C, de coordonată 7.

(3p) **2.** Punctul M este reprezentat pe axa numerelor cu originea în punctul O şi are coordonata 4. Calculaţi lungimea unităţii de măsură ştiind că $OM = 8$ cm.

(3p) **3.** Punctele M şi N sunt reprezentate pe axa numerelor cu originea în punctul O şi au coordonatele 5, respectiv 12. Ştiind că $OM = 5$ cm, calculaţi MN.

Lecţia 3. Compararea şi ordonarea numerelor naturale

Citesc şi reţin

Dintre două numere naturale care nu au acelaşi număr de cifre este mai mare numărul care are mai multe cifre.

Pentru a compara două numere naturale care au un număr egal de cifre, se compară cifră cu cifră, începând de la stânga, până când două cifre de acelaşi ordin sunt diferite. Este mai mare numărul care are cifra respectivă mai mare.

Prin ordonarea numerelor naturale înţelegem scrierea în ordine crescătoare sau descrescătoare a acestor numere.

Reprezentarea numerelor naturale pe axa numerelor este o modalitate de a ordona numerele naturale, ţinând seama de faptul că: dintre două numere naturale, reprezentate pe axa numerelor, este mai mare cel reprezentat în dreapta celuilalt.

Cum se aplică?

1. Comparaţi numerele:
a) 203514 şi 99785; b) 57125 şi 57201; c) 805674 şi 805669.

Soluţie:
a) $203514 > 99785$, deoarece 203514 are 6 cifre, iar 99785 are 5 cifre;
b) $57125 < 57201$, deoarece $5 = 5$, $7 = 7$, $1 < 2$;
c) $805674 > 805669$, deoarece $8 = 8$, $0 = 0$, $5 = 5$, $6 = 6$, $7 > 6$.

2. Determinaţi cel mai mic număr natural par de cinci cifre care are produsul cifrelor egal cu 18.

Soluţie:
Observăm că $18 = 2 \cdot 9 = 3 \cdot 6 = 2 \cdot 3 \cdot 3$, de unde rezultă că numărul cerut este 11136.

3. Comparaţi numerele naturale $\overline{73a8}$ şi $\overline{7a48}$.

Soluţie:
Dacă $a \leq 2$, atunci $\overline{73a8} > \overline{7a48}$, iar dacă $a > 2$, atunci $\overline{73a8} < \overline{7a48}$.

Ştiu să rezolv

Exerciţii şi probleme de dificultate minimă

1. Dintre semnele „<” şi „>”, scrieţi-l în casetă pe cel corespunzător:
a) 798 ☐ 2011; b) 3001 ☐ 975; c) 1002 ☐ 999;
d) 7899 ☐ 20111; e) 12312 ☐ 8975; f) 9906 ☐ 15002;
g) 88879 ☐ 100000; h) 95807 ☐ 102103; i) 200103 ☐ 99988.

2. În tabelul următor este înregistrat numărul turiştilor cazaţi la un hotel din staţiunea Mamaia în sezonul estival.

Luna	Iunie	Iulie	August	Septembrie
Numărul de turişti	5714	7191	7108	5436

Folosind informaţiile din tabel, completaţi spaţiile punctate cu răspunsul corect.
a) Cel mai mare număr de turişti a fost înregistrat în luna ....
b) Cel mai mic număr de turişti a fost înregistrat în luna ....

3. În tabelul următor este înregistrat numărul de kilometri parcurşi de un autocar într-un interval de timp de patru ani.

Anul	2014	2015	2016	2017
Numărul de kilometri	98285	98311	97949	98305

Folosind informaţiile din tabel, încercuiţi litera corespunzătoare singurului răspuns corect.
a) Autocarul a parcurs cel mai mic număr de kilometri în anul:
A. 2014; B. 2017; C. 2016; D. 2015.
b) Autocarul a parcurs cel mai mare număr de kilometri în anul:
A. 2017; B. 2014; C. 2016; D. 2015.

4. Dintre semnele „<” şi „>”, scrieţi-l în casetă pe cel corespunzător:

a) 275 ☐ 279; b) 581 ☐ 579; c) 835 ☐ 840;
d) 3556 ☐ 3546; e) 4901 ☐ 4899; f) 7206 ☐ 7305;
g) 65279 ☐ 65312; h) 86061 ☐ 86049; i) 95037 ☐ 95032.

5. Completaţi caseta cu semnul corespunzător, „<” sau „>”.

a) 123458 ☐ 123502; b) 520764 ☐ 520771; c) 771456 ☐ 771452;
d) 616543 ☐ 615907; e) 409528 ☐ 409601; f) 817562 ☐ 817560.

6. Ordonaţi crescător numerele:

a) 7841, 7930, 7850; b) 8243, 8199, 8259;
c) 12345, 12453, 12354; d) 64529, 64921, 63999.

c)

7. În tabelul următor este înregistrat numărul de spectatori români care au vizionat trei filme produse în România.

Numele filmului	Bacalaureat	Aferim	Sieranevada
Numărul de spectatori	129018	129227	129215

Folosind informaţiile din tabel, scrieţi numele celor trei filme în ordinea crescătoare dată de numărul de spectatori români: ....

8. Ordonaţi descrescător numerele:

a) 4601, 4602, 4610; b) 2177, 2175, 2178;
c) 62505, 61995, 63000; d) 89164, 89201, 89263.

d)

9. Precizaţi cel mai mic şi cel mai mare dintre următoarele numere naturale:

a) 564123, 564132, 564108, 563999; b) 809280, 809269, 808795, 809264;
c) 322511, 321502, 324001, 323402; d) 725601, 725486, 725602, 725599.

b)

10. Arătaţi că următoarele propoziţii sunt false, completând spaţiile punctate cu un contraexemplu.

a) Dintre două numere naturale care au acelaşi număr de cifre, este mai mic numărul care are suma cifrelor mai mică. ....

b) Dintre două numere naturale care au acelaşi număr de cifre, este mai mare numărul care are suma cifrelor mai mare. ....

11. a) Scrieţi numerele naturale de patru cifre mai mari decât numărul 9995.

b) Scrieţi numerele naturale de cinci cifre mai mici decât numărul 10006.

12. Scrieţi numerele naturale n care îndeplinesc condiţia:

a) $24802 < n < 24807$; b) $5156 < n \leq 5160$; c) $30511 \leq n < 30516$.

c)

13. a) Scrieţi numerele naturale pare mai mari decât 7208 şi mai mici decât 7215.

b) Scrieţi numerele naturale impare cuprinse între numerele 13602 şi 13611.

Exerciţii şi probleme de dificultate medie

14. Scrieţi, folosind cel puţin o dată şi de cel mult două ori cifrele 0, 1, 6 şi 8, cel mai mic şi cel mai mare număr de:

a) cinci cifre; b) şase cifre.

15. Determinaţi cel mai mic număr natural de cinci cifre care are produsul cifrelor egal cu 21.

16. Determinaţi cel mai mare număr natural par de cinci cifre care are produsul cifrelor egal cu 24.

17. Determinaţi cel mai mare număr natural impar de şase cifre diferite care are suma cifrelor egală cu 18.

18. Determinaţi cel mai mic număr natural par de şase cifre diferite care are suma cifrelor egală cu 17.

19. Câte numere naturale de două cifre sunt mai mari decât răsturnatele lor?

20. Comparaţi numerele:

a) $\overline{72a49}$ şi $\overline{724a9}$; b) $\overline{8a752}$ şi $\overline{87a52}$; c) $\overline{54a61}$ şi $\overline{5a461}$.

21. Determinaţi cifrele a şi b, pentru care:

a) $\overline{53aa} > \overline{538b}$; b) $\overline{6aa7} < \overline{65b7}$; c) $\overline{8aa1} < \overline{86b3}$.

22. Numărul natural $\overline{8ab58}$ are suma cifrelor egală cu 28. Determinaţi cifrele a şi b, pentru care numărul $\overline{8ab58}$ este mai mare decât răsturnatul său.

Exerciţii şi probleme de dificultate avansată

23. Numerele naturale $\overline{abc}$ şi $\overline{xyz}$, cu $a \neq 0$ şi $x \neq 0$, au sumele cifrelor egale. Comparaţi numerele $\overline{abc}$ şi $\overline{xyz}$, ştiind că cifrele a, b şi c sunt numere naturale consecutive, iar cifrele x, y şi z sunt numere naturale consecutive de aceeaşi paritate.

24. Numărul $N = \overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6a_7a_8a_9a_{10}}$ are cifrele diferite de 0 şi numai una este scrisă de două ori. Notăm $S_1 = a_1 + a_3 + a_5 + a_7 + a_9$ şi $S_2 = a_2 + a_4 + a_6 + a_8 + a_{10}$.

a) Determinaţi cel mai mare număr N pentru care sumele S_1 şi S_2 sunt egale şi au valoarea minimă.

b) Determinaţi cel mai mic număr N pentru care sumele S_1 şi S_2 sunt egale şi au valoarea maximă.

25. Determinaţi cel mai mic şi cel mai mare număr natural $\overline{abcd}$ cu $a \neq 0$, $b \neq 0$, $c \neq 0$, $d \neq 0$ şi $a \neq b \neq c \neq d \neq a$, pentru care $\overline{abcd} > \overline{bcda} + \overline{cdab} + \overline{dabc}$.

Ce notă merit?
Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

(3p) **1.** Comparaţi numerele naturale:
a) 9856 şi 10431; b) 27102 şi 27093; c) 751125 şi 751130.

(3p) **2.** Determinaţi cel mai mic număr natural impar şi cel mai mare număr natural par de cinci cifre, care au produsul cifrelor egal cu 32.

(3p) **3.** Determinaţi numărul natural de forma $\overline{13x2y1}$, care are suma cifrelor egală cu 13 şi este mai mare decât răsturnatul său.

Lecția 4. Aproximarea numerelor naturale. Rotunjiri

Citesc şi reţin

Aproximarea prin lipsă la zeci, sute, mii ş.a.m.d., a unui număr natural este cel mai mare număr, mai mic sau egal cu numărul respectiv format numai din zeci, sute, mii ş.a.m.d.

Aproximarea prin adaos la zeci, sute, mii ş.a.m.d., a unui număr natural este cel mai mic număr, mai mare sau egal cu numărul respectiv format numai din zeci, sute, mii ş.a.m.d.

Observaţie: Un număr natural este mai mare sau egal cu orice aproximaţie a sa prin lipsă şi este mai mic decât orice aproximaţie a sa prin adaos.

Cifra de ordinul zecilor, sutelor sau miilor la care se face **rotunjirea** unui număr natural rămâne neschimbată dacă după ea urmează una dintre cifrele 0, 1, 2, 3 sau 4.

Cifra de ordinul zecilor, sutelor sau miilor la care se face **rotunjirea** unui număr natural se măreşte cu o unitate dacă după ea urmează una dintre cifrele 5, 6, 7, 8 sau 9.

Observaţie: Rotunjirea unui număr natural la zeci, sute, mii ş.a.m.d., este cea mai apropiată dintre aproximările prin lipsă şi prin adaos la zeci, sute, mii ş.a.m.d., ale numărului respectiv. Dacă cele două aproximări sunt la fel de apropiate de numărul respectiv, pentru rotunjire se ia în considerare aproximarea prin adaos.

Cum se aplică?

1. Aproximaţi prin lipsă şi prin adaos numărul natural 8726:
a) la zeci; b) la sute; c) la mii.

Soluţie:
a) 8720, respectiv 8730; b) 8700, respectiv 8800; c) 8000, respectiv 9000.

2. Rotunjiţi numărul natural 174537:
a) la zeci; b) la sute; c) la mii.

Soluţie:
a) 174540; b) 174500; c) 175000.

3. Determinaţi cel mai mic număr natural de forma $\overline{85a7}$ care are rotunjirea la sute egală cu 8600.

Soluţie:

Deoarece cifra sutelor numărului 8600 este cu o unitate mai mare decât cifra sutelor numărului $\overline{85a7}$, rezultă că $a \geq 5$, prin urmare numărul cerut este 8557.

Ştiu să rezolv

Exerciţii şi probleme de dificultate minimă

1. Aproximaţi numărul natural 6175 prin lipsă şi apoi prin adaos:
a) la zeci ....; b) la sute ....; c) la mii ....

2. Aproximaţi prin lipsă şi apoi prin adaos la zeci următoarele numere naturale:
a) 324 ....; b) 562 ....; c) 719 ....;
d) 2483 ....; e) 3561 ....; f) 7294 ....

3. Aproximaţi prin lipsă şi apoi prin adaos la sute numerele:
a) 5193 ....; b) 4572 ....; c) 8617 ....;
d) 33406 ....; e) 89341 ....; f) 62903 ....

4. Aproximaţi prin lipsă şi apoi prin adaos la mii numerele:
a) 14272 ....; b) 42980 ....; c) 74061 ....;
d) 512346 ....; e) 967468 ....; f) 305822 ....

5. Completaţi următorul tabel:

Numărul	Aproximarea prin lipsă la			Aproximarea prin adaos la		
	zeci	sute	mii	zeci	sute	mii
3856						
24175						
764291						

6. În tabelul următor sunt înregistrate sumele de bani cheltuite de o persoană, în vacanţa de iarnă la Poiana Braşov, în trei zile.

Ziua	Ziua 1	Ziua 2	Ziua 3
Suma (lei)	676	685	644

a) Folosind informaţiile din tabel, rotunjiţi la zeci sumele de bani cheltuite în fiecare din cele trei zile. ....
b) Folosind informaţiile din tabel, rotunjiţi la sute sumele de bani cheltuite în fiecare din cele trei zile. ....

7. Rotunjiţi la zeci numerele:
a) 624 ....; b) 738 ....; c) 545 ....; d) 803 ....;
e) 9124 ....; f) 4356 ....; g) 8472 ....; h) 7049 ....

8. Rotunjiţi la sute numerele:
a) 1370 ....; b) 5243 ....; c) 7551 ....;
d) 42939 ....; e) 83472 ....; f) 96985 ....

9. Rotunjiţi la mii numerele:

a) 15073 ....; b) 42199 ....; c) 63728 ....;
d) 723881 ....; e) 570920 ....; f) 861103 ....

10. Completaţi tabelul următor:

Numărul	Rotunjirea la zeci	Rotunjirea la sute	Rotunjirea la mii
7605			
48293			
160749			

11. În tabelul următor este înregistrat numărul de kilometri parcurşi de un autoturism într-o perioadă de trei ani.

Anul	2010	2011	2012
Numărul de km	28536	29264	28717

Folosind informaţiile din tabel, rotunjiţi la mii numărul de kilometri parcurşi în fiecare an şi comparaţi rezultatele ....

12. Rotunjiţi la zeci de mii următoarele distanţe:

a) 824303 m ....; b) 567200 m ....;
c) 472555 m ....; d) 785019 m ....

13. Aproximaţi prin lipsă şi apoi prin adaos la zeci de mii numerele naturale:

a) 723458 ....; b) 814500 ....;
c) 549162 ....; d) 686305 ....

14. Rotunjiţi la sute de mii următoarele cantităţi:

a) 8050048 kg ....; b) 5946013 kg ....;
c) 2835519 kg ....; d) 7368800 kg ....

15. Aproximaţi prin lipsă şi apoi prin adaos la sute de mii numerele naturale:

a) 3825106 ....; b) 5291006 ....;
c) 6455001 ....; d) 9122278 ....

Exerciţii şi probleme de dificultate medie

16. Determinaţi cifra a pentru care rotunjirea la sute a numărului $\overline{64a5}$ este egală cu 6400.

17. Determinaţi cifra x pentru care rotunjirea la mii a numărului $\overline{31x06}$ este egală cu 32000.

18. Determinaţi cel mai mare număr natural de forma $\overline{748x}$ care are rotunjirea la zeci egală cu 7480.

19. Determinaţi cel mai mic număr natural de forma $\overline{63a524}$ care are rotunjirea la zeci de mii egală cu 640000.

20. Încercuiţi răspunsul corect.

a) Dacă numărul natural $\overline{12x456}$ se rotunjeşte la zeci de mii printr-un număr mai mic decât el, atunci:

A. $x \geq 5$; B. $x \leq 4$.

b) Dacă numărul natural $\overline{7018a2}$ se rotunjeşte la sute printr-un număr mai mare decât el, atunci:

A. $a > 4$; B. $a < 5$.

21. Determinaţi numerele naturale de forma $\overline{5aa9}$ care au rotunjirea la sute egală cu $\overline{5a00}$.

22. Determinaţi numerele naturale de forma $\overline{3ab}$ care au rotunjirea la zeci egală cu $\overline{3b0}$.

Exerciţii şi probleme de dificultate avansată

23. Determinaţi numerele naturale $\overline{1xyxyx}$ care au rotunjirea la zeci de mii egală cu $\overline{1y0000}$.

24. Determinaţi cel mai mare număr natural $\overline{abcd}$, cu $a \neq 0$ şi $d \neq 0$, care este mai mic decât răsturnatul său şi are rotunjirea la sute egală cu rotunjirea la sute a răsturnatului său.

25. Rotunjiţi la zeci suma numerelor naturale $\overline{7aba}$ şi $\overline{7bab}$, ştiind că suma rotunjirilor lor la sute este egală cu 15000.

Ce notă merit?
Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

(3p) **1.** Aproximaţi numărul natural 7285 prin lipsă şi prin adaos:
a) la zeci; b) la sute; c) la mii.

(3p) **2.** Completaţi tabelul următor.

Numărul	Rotunjirea la zeci	Rotunjirea la sute	Rotunjirea la mii
67549			

(3p) **3.** Determinaţi numerele naturale de forma $\overline{3abab}$, $a \neq 0$, $b \neq 0$, cu proprietatea că rotunjind aceste numere la zeci şi la sute obţinem acelaşi număr.

Teste de evaluare sumativă

Testul 1

Se acordă 1 punct din oficiu.

(2p) **1.** Scrieţi următoarele numere naturale:
a) trei mii douăzeci; b) cincisprezece mii patru.

(2p) **2.** Se consideră numărul natural $n = 7046$. Aproximaţi la sute numărul n:
a) prin lipsă; b) prin adaos.

(1p) **3.** Scrieţi numerele naturale pare de forma $\overline{470x}$ care au cifrele diferite.

(1p) **4.** Se consideră numărul natural $a = 752043$. Precizaţi clasa şi ordinul cifrei 5.

(1p) **5.** Determinaţi numerele naturale $\overline{8aa}$ care au rotunjirea la zeci egală cu $\overline{8a0}$.

(2p) **6.** Se consideră numerele naturale $m = \overline{5a9b2}$ şi $n = \overline{5bb93}$. Determinaţi cifrele a şi b pentru care $m > n$.

Testul 2

Se acordă 1 punct din oficiu.

(2p) **1.** Scrieţi răsturnatele următoarelor numere naturale:
a) 506; b) 1171.

(2p) **2.** Aproximaţi numărul natural $n = 40895$ prin:
a) lipsă la mii; b) adaos la sute.

(1p) **3.** Reprezentaţi pe axa numerelor numărul natural 3 alegând unitatea de măsură de 2 cm.

(1p) **4.** Se consideră numărul natural $n = 283075$. Precizaţi clasa şi ordinul cifrei 0.

(1p) **5.** Determinaţi numerele naturale pare de forma $\overline{71a8b}$ cu proprietatea $b = 3a$.

(2p) **6.** Determinaţi cel mai mic şi cel mai mare număr natural $\overline{abc}$ cu $a \neq 0$, $b \neq 0$, $c \neq 0$ şi $a \neq b \neq c \neq a$, care îndeplineşte condiţia $\overline{abc} > \overline{bca} + \overline{cab}$.

Testul 3

Se acordă 1 punct din oficiu.

(2p) **1.** Comparaţi numerele naturale:
a) 8713 şi 8695; b) 23059 şi 23101.

(2p) **2.** Rotunjiţi numărul natural 6752 la:
a) zeci; b) sute.

(1p) **3.** Scrieţi numerele naturale impare de forma $\overline{129x}$ care au cifrele diferite.

(1p) **4.** Determinaţi cel mai mare număr natural par de cinci cifre care are produsul cifrelor egal cu 28.

(1p) **5.** Punctele A şi B sunt reprezentate pe axa numerelor cu originea în punctul O şi au coordonatele 3, respectiv n. Ştiind că $OA = 24$ mm şi $OB = 40$ mm, aflaţi n.

(2p) **6.** Determinaţi cifra a pentru care numărul $\overline{7a57}$ este mai mare decât răsturnatul său.

Fişă pentru portofoliul elevului

Numele şi prenumele:
Clasa a V-a
Capitolul: Numere naturale
Se acordă 10 puncte din oficiu.

I. Dacă propoziţia este adevărată, subliniaţi litera A, iar dacă propoziţia este falsă, subliniaţi litera F.

(7p) **1.** Dintre numerele naturale 24518 şi 24523, cel mai mic este 24518. A F

(7p) **2.** Cifra 0 a numărului natural 601587 face parte din clasa miilor şi este de ordinul sutelor. A F

(7p) **3.** Rotunjind la sute numărul natural 41553 obţinem numărul 42000. A F

II. Completaţi spaţiile punctate cu răspunsul corect.

(7p) **1.** Cel mai mare număr natural impar de forma $\overline{5xy}$ cu proprietatea $x = 3y$ este ... .

(7p) **2.** Dacă punctul T de coordonată 4 este reprezentat pe axa numerelor cu originea în punctul O şi $OT = 8$ cm, atunci lungimea unităţii de măsură este egală cu ....

(7p) **3.** Cel mai mic număr natural par de patru cifre diferite al căror produs este egal cu 30 este ....

III. Încercuiţi litera corespunzătoare singurului răspuns corect.

(8p) **1.** Dacă cifrele numărului natural $\overline{xyz}$, $x \neq 0$, sunt numere naturale consecutive care au suma egală cu 18, atunci produsul $x \cdot y \cdot z$ este egal cu:
A. 180; B. 210; C. 320; D. 245.

(8p) **2.** Dacă $\overline{4xxx9} < \overline{47x62}$, atunci:
A. $x \geq 8$; B. $x < 7$; C. $x > 8$; D. $x \leq 7$.

(8p) **3.** Dacă $\overline{abcd}$, $a \neq 0$, este cel mai mic număr natural care are rotunjirea la zeci egală cu 3000, atunci $\overline{abcd}$ este egal cu:
A. 3095; B. 2897; C. 3004; D. 2995.

La exerciţiile IV. şi V. scrieţi pe fişă rezolvările complete.

IV. *(8p)* Determinaţi numărul natural $\overline{ab}$ cu $a \neq 0$ şi $b \neq 0$, ştiind că $\overline{ba} = 5(a + b)$.

V. Notăm cu m cel mai mic număr natural care are suma cifrelor egală cu 45 şi cifrele diferite două câte două. Dacă două cifre ale lui m îşi schimbă locul între ele, se obţine numărul natural n.

(8p) a) Precizaţi clasa şi ordinul celei de-a doua cifre a numărului natural m.

(8p) b) Precizaţi cele două cifre ale lui m pentru care se obţine n, acesta fiind cel mai mic număr natural mai mare decât m.

Lecţia 5. Adunarea numerelor naturale. Proprietăţile adunării

Citesc şi reţin

Suma a două numere naturale a şi b este un număr natural unic, notat $a + b$.
Numerele a şi b se numesc **termenii** sumei.
Operaţia prin care se obţine suma a două numere se numeşte **adunare**.
Adunarea numerelor naturale are următoarele proprietăţi:
– este **comutativă**,
$a + b = b + a$, oricare ar fi numerele naturale a şi b;
– este **asociativă**,
$(a + b) + c = a + (b + c)$, oricare ar fi numerele naturale a, b şi c;
– numărul 0 este **element neutru** la adunare,
$a + 0 = 0 + a = a$, oricare ar fi numărul natural a.
Suma primelor n numere naturale se calculează cu formula (Suma lui Gauss):

$$1 + 2 + 3 + \ldots + n = n \cdot (n + 1) : 2.$$

Cum se aplică?

1. Efectuaţi adunările:

a) 345 + 573; b) 73205 + 8964.

Soluţie:

a) 345 + 573 = 918;
$$\begin{array}{r} 345 + \\ \underline{573} \\ 918 \end{array}$$

b) 73205 + 8964 = 82169.
$$\begin{array}{r} 73205 + \\ \underline{8964} \\ 82169 \end{array}$$

2. Calculaţi suma dintre cel mai mare număr natural impar de patru cifre diferite şi răsturnatul său.

Soluţie:

Cel mai mare număr natural impar de patru cifre diferite este 9875, prin urmare trebuie să calculăm suma 9875 + 5789 = 15664.

3. Rotunjiţi la zeci de mii numărul natural care este mai mare cu 27489 decât suma numerelor 9035 şi 8776.

Soluţie:

Numărul natural mai mare cu 27489 decât suma numerelor 9035 şi 8776 este 9035 + + 8776 + 27489 = 45300. Rotunjind la zeci de mii numărul 45300 obţinem 50000.

Ştiu să rezolv

Exerciţii şi probleme de dificultate minimă

1. Efectuaţi:

a) 41 + 23 = ☐☐ b) 51 + 36 = ☐☐ c) 24 + 66 = ☐☐ d) 37 + 53 = ☐☐
e) 18 + 54 = ☐☐ f) 76 + 15 = ☐☐ g) 59 + 32 = ☐☐ h) 34 + 59 = ☐☐

2. Mihai avea vârsta de 29 ani când s-a născut fiul său. Aflaţi vârsta pe care o va avea Mihai când fiul său va deveni major.

3. Calculaţi suma numerelor:

a) 512 şi 74; b) 446 şi 85; c) 347 şi 69; d) 67 şi 805;
e) 288 şi 752; f) 193 şi 947; g) 258 şi 807; h) 309 şi 698.

d)

h)

4. Un autocar a parcurs într-o zi distanţa de 328 km, iar în ziua următoare a parcurs distanţa de 287 km. Calculaţi distanţa parcursă de autocar în cele două zile.

5. Efectuaţi mintal următoarele adunări:

a) 8345 + 100; b) 100 + 6103; c) 100 + 6380; d) 5991 + 100;
e) 12703 + 1000; f) 1000 + 49215; g) 31802 + 1000; h) 1000 + 67914.

6. Calculaţi suma de bani necesară lui Radu pentru a cumpăra o bicicletă care costă 1567 lei şi o rachetă de tenis care costă 100 lei.

7. Efectuaţi:

a) 2164 + 258; b) 3406 + 199; c) 205 + 5089; d) 627 + 3907;
e) 6207 + 5920; f) 4681 + 5299; g) 1234 + 8208; h) 29 + 507265.

d)

g)

8. La un recensământ al populaţiei s-a constatat că într-o localitate trăiesc 5029 de adulţi şi 1175 de copii. Câţi locuitori are localitatea respectivă?

9. Aflaţi numărul mai mare cu 2916 decât:

a) 11075; b) 21086.

b)

10. La un magazin s-au vândut într-o zi 4879 de sticle cu apă plată, iar în ziua următoare s-au vândut cu 1035 de sticle mai mult. Calculaţi numărul sticlelor cu apă plată vândute în cele două zile.

Exerciţii şi probleme de dificultate medie

11. Efectuaţi:

a) 51234 + 62225; b) 48255 + 50967;
c) 11253 + 60250 + 13597; d) 43300 + 27978 + 16257.

12. Efectuaţi:

a) 122468 + 39092; b) 56012 + 441902;
c) 192564 + 60428 + 31409; d) 29650 + 400991 + 86457.

13. Aflaţi numărul mai mare cu 11926 decât suma numerelor 9207 şi 245.

14. Calculaţi suma dintre numărul natural n şi răsturnatul său în următoarele cazuri:

a) $n = 3087$; b) $n = 6405$; c) $n = 12037$; d) $n = 51016$.

15. Rotunjiţi la mii suma dintre cel mai mic număr natural de 5 cifre diferite şi răsturnatul său.

16. Rotunjiţi la sute suma dintre cel mai mare număr par de cinci cifre diferite şi răsturnatul său.

17. Determinaţi două numere naturale consecutive care au suma egală cu:

a) 153; b) 407; c) 523; d) 615.

18. Determinaţi trei numere naturale consecutive care au suma egală cu:

a) 342; b) 456; c) 807; d) 765.

19. La un concurs s-au înscris în prima zi 126 de elevi, în a doua zi s-au înscris cu 45 de elevi mai mult decât în prima zi, iar în a treia zi s-au înscris cu 14 elevi mai mult decât în celelalte două zile la un loc. Aflaţi câţi elevi s-au înscris la concurs în cele 3 zile.

20. Rotunjiţi la zeci de mii suma numerelor naturale de forma $\overline{abcde}$, unde cifrele a, b, c, d şi e sunt numere naturale consecutive şi $a \neq 0$.

21. Calculaţi:

a) $1 + 2 + 3 + \ldots + 157$; b) $1 + 2 + 3 + \ldots + 174$;
c) $1 + 2 + 3 + \ldots + 206$; d) $1 + 2 + 3 + \ldots + 325$.

22. Determinaţi cifrele a şi b din următoarele egalităţi:

a) $\overline{3a6b} + \overline{48bb} = \overline{7b68}$; b) $\overline{13ab} + \overline{7aab} = \overline{9b42}$.

Exerciţii şi probleme de dificultate avansată

23. Calculaţi suma numerelor naturale mai mari decât 10 şi mai mici decât 1000 care au cifra unităţilor egală cu 7.

24. Determinaţi numărul natural $\overline{abcd}$, $a \neq 0$, $b \neq 0$ şi $d \neq 0$, care îndeplineşte condiţia: $\overline{abcd} + \overline{bcd} = \overline{dcba}$.

25. Reconstituiţi adunarea DOI + TREI = CINCI, ştiind că la litere diferite corespund cifre diferite, D, E, O şi R reprezentând cifre consecutive în această ordine.

Ce notă merit?
Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

(3p) **1.** Completaţi tabelul următor:

m	324	185	934
n	575	976	100
$m + n$			

(3p) **2.** Calculaţi numărul mai mare cu 1487 decât n în următoarele cazuri:
a) $n = 5092$; b) $n = 35719$.

(3p) **3.** Suma dintre succesorul şi predecesorul numărului natural a este egală cu 9076. Rotunjiţi la mii suma dintre numărul natural a şi răsurnatul său.

Lecţia 6. Scăderea numerelor naturale

Citesc şi reţin

Diferenţa a două numere naturale a şi b, $a \geq b$, este un număr natural unic, notat $a - b$.

Numerele a şi b se numesc **termenii scăderii**; a se numeşte **descăzut**, iar numărul b se numeşte **scăzător**.

Operaţia prin care se obţine diferenţa a două numere se numeşte **scădere**.

Cum se aplică?

1. Efectuaţi:
a) $665 - 382$; b) $54183 - 5702$.

Soluţie:
a) $665 - 382 = 283$;
$$\begin{array}{r} 665\ - \\ \underline{382} \\ 283 \end{array}$$
b) $54183 - 5702 = 48481$.
$$\begin{array}{r} 54183\ - \\ \underline{\ \ 5702} \\ 48481 \end{array}$$

2. Suma a două numere naturale a şi b este egală cu 20013. Aflaţi numărul natural a, ştiind că $b = 5209$.

Soluţie:

$a + b = 20013$, dar $b = 5209$, prin urmare, înlocuind, obţinem $a + 5209 = 20013$, de unde rezultă că $a = 20013 - 5209$ şi obţinem $a = 14804$.

3. Diferenţa a două numere naturale este egală cu 51883. Aflaţi scăzătorul, ştiind că descăzutul este egal cu 210035.

Soluţie:

Notăm scăzătorul cu s, prin urmare are loc egalitatea $210035 - s = 51883$, de unde rezultă că $s = 210035 - 51883$ şi efectuând scăderea obţinem $s = 158152$.

Ştiu să rezolv

Exerciţii şi probleme de dificultate minimă

1. Efectuaţi:

a) 56 – 34 = ☐☐ b) 75 – 44 = ☐☐ c) 89 – 57 = ☐☐ d) 98 – 27 = ☐☐
e) 51 – 25 = ☐☐ f) 67 – 49 = ☐☐ g) 81 – 53 = ☐☐ h) 92 – 57 = ☐☐

2. Un camion face o cursă de 95 km şi a parcurs deja 57 km. Calculaţi câţi kilometri mai are de parcurs camionul până la destinaţie.

3. Calculaţi diferenţa numerelor:

a) 154 şi 77; b) 214 şi 85; c) 432 şi 74; d) 305 şi 61;
e) 405 şi 376; f) 820 şi 439; g) 906 şi 557; h) 724 şi 295.

c)

g)

4. Un frigider costă 905 lei. Calculaţi preţul frigiderului după o ieftinire cu 49 lei.

5. Completaţi tabelul următor efectuând mintal scăderile:

m	2348	8506	4617	7029	8103	10106
n	10	10	100	100	1000	1000
$m - n$						

6. Radu are 1000 lei şi vrea să cumpere un televizor care costă 2150 lei. Calculaţi suma de bani necesară lui Radu pentru a cumpăra televizorul.

7. Efectuaţi:

a) 2543 – 356; b) 3058 – 774; c) 4506 – 319; d) 1265 – 407;
e) 6252 – 764; f) 7205 – 836; g) 9001 – 566; h) 8032 – 629.

d)																										
g)																										

8. Într-o şcoală sunt 1541 fete, iar băieţi sunt cu 183 mai puţini. Calculaţi numărul elevilor din şcoala respectivă.

9. Aflaţi numărul mai mic cu 875 decât:

a) 54203; b) 65483.

b)

10. În anul 2014 o fermă agricolă a recoltat 65027 t de grâu, iar în anul următor producţia de grâu a scăzut cu 388 t. Ce cantitate de grâu a recoltat ferma în anul 2015?

Exerciţii şi probleme de dificultate medie

11. În anul 2020 o persoană avea vârsta de 25 ani. Aflaţi anul în care persoana respectivă va împlini vârsta de 61 ani.

12. În anul 2030 o persoană va împlini vârsta de 67 ani. Aflaţi anul în care s-a născut persoana respectivă.

13. Efectuaţi:

a) 123056 – 12099; b) 358204 – 29308;
c) 672005 – 234527 – 42008; d) 920006 – 421555 – 90709.

14. Un tren accelerat face legătura între oraşele Piteşti şi Bucureşti, oprind în staţiile Găeşti şi Titu. Completaţi tabelul următor:

Staţia	Piteşti	Găeşti	Titu	Bucureşti
Numărul de persoane care au urcat	341	35	58	0
Numărul de persoane care au coborât	0	79	62	

15. Aflaţi numărul mai mic cu 259 decât diferenţa numerelor 7206 şi 5678.

16. i) Aflaţi cu cât este mai mare numărul:

a) 1907 decât 368; b) 2841 decât 695.

ii) Aflaţi cu cât este mai mic numărul:
a) 759 decât 11078; b) 804 decât 31061.

17. Suma a două numere naturale x şi y este egală cu 10000. Aflaţi numărul natural:
a) x, ştiind că $y = 5306$; b) y, ştiind că $x = 4149$.

18. Diferenţa a două numere naturale este egală cu 3705. Calculaţi descăzutul, ştiind că scăzătorul este egal cu:
a) 419; b) 526; c) 2509; d) 1798.

19. Diferenţa a două numere naturale este egală cu 5051. Aflaţi scăzătorul, ştiind că descăzutul este egal cu:
a) 9454; b) 88037; c) 63521; d) 110151.

20. Rotunjiţi la sute diferenţa dintre cel mai mic număr natural de şase cifre diferite şi cel mai mare număr natural impar de patru cifre diferite.

21. Determinaţi cifrele a şi b pentru care:
a) $\overline{5aa4} - \overline{128b} = \overline{43b7}$; b) $\overline{61ab} - \overline{438a} = \overline{1a89}$.

22. Rotunjiţi la zeci diferenţa numerelor naturale m şi n în următoarele cazuri:
a) $m = 1 + 2 + 3 + \ldots + 179$ şi $n = 83 + 84 + 85 + \ldots + 183$;
b) $m = 95 + 96 + 97 + \ldots + 304$ şi $n = 1 + 2 + 3 + \ldots + 155$.

Exerciţii şi probleme de dificultate avansată

23. Calculaţi diferenţa dintre suma numerelor naturale impare de trei cifre şi suma numerelor naturale pare de două cifre.

24. Reconstituiţi scăderea DOI – UNU = UNU, ştiind că la litere diferite corespund cifre diferite dintre care numai una este impară.

25. Determinaţi numărul natural $\overline{abcd}$, $a \neq 0$, pentru care $\overline{abcd} - \overline{abc} - \overline{ab} - a = 2020$.

Ce notă merit?
Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

(3p) **1.** Completaţi tabelul următor:

m	586	728	1100
n	354	473	784
$m - n$			

(3p) **2.** Calculaţi diferenţa dintre numărul natural n şi răsturnatul său, în următoarele cazuri:
a) $n = 5863$; b) $n = 70194$.

(3p) **3.** Dacă x este cel mai mare număr de cinci cifre impare şi distincte, iar y este cel mai mic număr de cinci cifre pare şi distincte, rotunjiţi la sute diferenţa $x - y$.

Lecția 7. Înmulțirea numerelor naturale. Proprietățile înmulțirii

Citesc şi reţin

Produsul a două numere naturale a şi b este un număr natural unic, notat $a \cdot b$.
Numerele a şi b se numesc **factorii** produsului.
Operaţia prin care se obţine produsul a două numere se numeşte **înmulţire**.
Înmulţirea numerelor naturale are următoarele proprietăţi:

– este **comutativă**,
$a \cdot b = b \cdot a$, oricare ar fi numerele naturale a şi b;

– este **asociativă**,
$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$, oricare ar fi numerele naturale a, b şi c;

– numărul 1 este **element neutru** la înmulţire,
$a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$, oricare ar fi numărul natural a;

– este **distributivă** faţă de adunare şi scădere,
$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$, respectiv $a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c$, oricare ar fi numerele naturale a, b şi c, cu $b \geq c$.

Cum se aplică?

1. Efectuaţi înmulţirile:

a) $79 \cdot 100$; b) $659 \cdot 8$; c) $327 \cdot 45$.

Soluţie:

a) $79 \cdot 100 = 7900$;

b) $659 \cdot 8 = 5272$;

$$\begin{array}{r} 659\ \cdot \\ \underline{8} \\ 5272 \end{array}$$

c) $327 \cdot 45 = 14715$.

$$\begin{array}{r} 327\ \cdot \\ \underline{45} \\ 1635 \\ \underline{1308} \\ 14715 \end{array}$$

2. Determinaţi numărul care este de 10 ori mai mare decât produsul numerelor 47 şi 36.

Soluţie:

Calculăm produsul numerelor 47 şi 36; $47 \cdot 36 = 1692$, deci numărul cerut este $10 \cdot 1692 = 16920$.

3. Calculaţi, folosind distributivitatea înmulţirii faţă de adunare şi scădere:

a) $10 \cdot (57 + 108)$; b) $28 \cdot (165 - 39)$.

Soluţie:

a) $10 \cdot (57 + 108) = 10 \cdot 57 + 10 \cdot 108 = 570 + 1080 = 1650$;

b) $28 \cdot (165 - 39) = 28 \cdot 165 - 28 \cdot 39 = 4620 - 1092 = 3528$.

Ştiu să rezolv

Exerciţii şi probleme de dificultate minimă

1. Efectuaţi:

a) $57 \cdot 2 = \square\square\square$ b) $54 \cdot 4 = \square\square\square$ c) $49 \cdot 5 = \square\square\square$ d) $49 \cdot 3 = \square\square\square$
e) $47 \cdot 6 = \square\square\square$ f) $72 \cdot 7 = \square\square\square$ g) $85 \cdot 8 = \square\square\square$ h) $65 \cdot 9 = \square\square\square$

2. Într-o şcoală, 29 de fete practică atletismul, iar numărul băieţilor care practică acest sport este triplu. Calculaţi numărul elevilor din şcoală care practică atletismul.

3. Aflaţi produsul numerelor:

a) 56 şi 11; b) 74 şi 12; c) 46 şi 13; d) 29 şi 16;
e) 55 şi 14; f) 67 şi 15; g) 83 şi 17; h) 75 şi 18.

d)

g)

4. Pentru cei 15 copii de la grupa mare de la grădiniţă s-au cumpărat 172 de creioane colorate. Aflaţi câte creioane colorate mai sunt necesare pentru ca fiecare copil să primească 12 creioane.

5. Efectuaţi mintal următoarele înmulţiri:

a) $29 \cdot 10$ ....; b) $35 \cdot 10$ ....; c) $67 \cdot 10$ ....; d) $49 \cdot 10$ ....;
e) $325 \cdot 10$ ....; f) $273 \cdot 10$ ....; g) $786 \cdot 10$ ....; h) $10 \cdot 504$ ....

6. Pentru împădurirea unei suprafeţe de teren s-au plantat 245 de pini, iar numărul molizilor plantaţi a fost de 10 ori mai mare. Aflaţi câţi puieţi de conifere s-au plantat.

7. Efectuaţi:

a) $143 \cdot 100$; b) $254 \cdot 100$; c) $677 \cdot 100$; d) $100 \cdot 305$;
e) $6251 \cdot 1000$; f) $3276 \cdot 1000$; g) $4671 \cdot 1000$; h) $1000 \cdot 2003$.

d) h)

8. Un cămin pentru copii a cumpărat 100 de cornuri cu ciocolată. Ştiind că un corn cu ciocolată cântăreşte 125 g, cât cântăresc cele 100 de cornuri cu ciocolată?

9. Efectuați:

a) $4807 \cdot 10000$; b) $9013 \cdot 10000$ c) $388 \cdot 100000$;
d) $9041 \cdot 100000$; e) $883 \cdot 1000000$; f) $1275 \cdot 1000000$.

c) f)

10. Romanul *Ion*, scris de Liviu Rebreanu, s-a editat într-un tiraj de 10000 de exemplare. Știind că prețul romanului a fost 34 lei, calculați suma încasată din vânzarea tirajului.

Exerciții și probleme de dificultate medie

11. Efectuați:

a) $254 \cdot 53$; b) $605 \cdot 65$; c) $728 \cdot 73$; d) $36 \cdot 507$.

12. O librărie a vândut 175 de cărți la prețul de 16 lei bucata și 263 de cărți la prețul de 24 lei bucata. Aflați ce sumă a încasat librăria pe cărțile vândute.

13. În tabelul următor este înregistrat numărul biletelor vândute de un muzeu vizitatorilor, într-o lună.

Numărul biletelor vândute	Adulți	Copii
	875	1400
Prețul unui bilet (lei)	8	5

Folosind informațiile din tabel, comparați sumele de bani încasate din vânzarea biletelor către adulți, respectiv către copii.

14. Aflați numărul care este de 407 ori mai mare decât:

a) 256; b) 754; c) 308.

15. În anul 2011, Radu a observat că vârsta lui reprezintă un sfert din vârsta tatălui său. Știind că peste 7 ani Radu va fi major, aflați anul în care s-a născut tatăl său.

16. Calculați cât mai simplu folosind proprietățile înmulțirii:

a) $4 \cdot 78 \cdot 25$; b) $5 \cdot 97 \cdot 20$; c) $50 \cdot 198 \cdot 2$;
d) $8 \cdot 62 \cdot 125$; e) $16 \cdot 29 \cdot 25$; f) $8 \cdot 679 \cdot 50$.

17. Determinați numărul care este de 1000 de ori mai mare decât produsul numerelor 36 și 175.

18. Pentru construcția unui gard la stradă se folosesc 125 de stâlpi metalici. Știind că între doi stâlpi sunt montate 15 uluci, calculați numărul ulucilor necesare pentru construcția gardului.

19. Calculați folosind distributivitatea înmulțirii față de adunare și scădere:

a) $10(25 + 37)$; b) $10(48 + 19)$; c) $10(55 - 18)$;
d) $100(61 - 29)$; e) $100(75 - 28)$; f) $100(15 + 67)$.

20. Calculați folosind distributivitatea înmulțirii față de adunare și scădere:

a) $32 \cdot (74 + 29)$; b) $54 \cdot (64 + 38)$; c) $29 \cdot (96 - 59)$;
d) $47 \cdot (98 - 27)$; e) $65 \cdot (594 - 75)$; f) $76 \cdot (492 + 66)$.

21. Măriţi de zece ori numărul natural n în următoarele cazuri:

a) $n = 1 + 2 + 3 + \ldots + 201$; b) $n = 1 + 2 + 3 + \ldots + 317$.

22. Rotunjiţi la zeci de mii produsul $100n$ în următoarele cazuri:

a) $n = 71 + 72 + 73 + \ldots + 123$; b) $n = 87 + 88 + 89 + \ldots + 157$.

Exerciţii şi probleme de dificultate avansată

23. Ştiind că produsul $p = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot n$ are ultimele zece cifre zerouri, calculaţi valoarea maximă a sumei $s = 1 + 2 + 3 + \ldots + n$.

24. Determinaţi numărul natural $\overline{ab}$, cu $a \neq 0$ şi $b \neq 0$, care îndeplineşte condiţia $4 \cdot \overline{ababab} = 7 \cdot \overline{bababa}$.

25. Determinaţi numărul natural $\overline{ab}$, cu $a \neq 0$ şi $b \neq 0$, care îndeplineşte condiţia $\overline{ab} = a(b - 4) + b(a + 4)$.

Ce notă merit?
Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

(3p) **1.** Completaţi tabelul următor:

m	72	100	78
n	10	309	9
$m \cdot n$			

(3p) **2.** Calculaţi produsul dintre numărul natural n şi predecesorul său în următoarele cazuri:

a) $n = 45$; b) $n = 206$.

(3p) **3.** Aflaţi rezultatul calculului $604 \cdot (325 - 74)$, aplicând distributivitatea înmulţirii faţă de scădere şi apoi rotunjiţi rezultatul la sute de mii.

Lecţia 8. Factor comun

Citesc şi reţin

Numărul a din suma $a \cdot b + a \cdot c$, respectiv diferenţa $a \cdot b - a \cdot c$, ce apare ca factor la fiecare termen îl vom numi **factor comun**.

Scriind proprietatea de distributivitate a înmulţirii faţă de adunare şi de scădere sub forma: $a \cdot b + a \cdot c = a(b + c)$, respectiv $a \cdot b - a \cdot c = a(b - c)$, spunem că am scos numărul a factor comun.

Procedeul prin care a fost pus în evidenţă factorul comun a se numeşte **scoaterea factorului comun**:

$$a \cdot b + a \cdot c = a(b + c), \text{ respectiv } a \cdot b - a \cdot c = a(b - c).$$

Observaţii:

1. În unele situaţii, pentru scoaterea factorului comun se înlocuieşte termenul a al sumei sau diferenţei cu produsul $a \cdot 1$:

$$a \cdot b + a = a \cdot b + a \cdot 1 = a(b + 1), \text{ respectiv } a \cdot b - a = a \cdot b - a \cdot 1 = a(b - 1).$$

2. Scoaterea factorului comun se poate face şi în cazul unei sume sau diferenţe de mai multe produse:

$$a \cdot b - a \cdot c + a \cdot d = a(b - c + d).$$

Cum se aplică?

1. Calculaţi, folosind scoaterea unui factor comun.

a) $73 \cdot 42 + 73 \cdot 58$; b) $564 \cdot 701 - 564$.

Soluţie:

a) $73 \cdot 42 + 73 \cdot 58 = 73 \cdot (42 + 58) = 73 \cdot 100 = 7300$;

b) $564 \cdot 701 - 564 = 564 \cdot (701 - 1) = 564 \cdot 700 = 394800$.

2. Calculaţi, folosind scoaterea unui factor comun:

a) $27 \cdot 52 + 56 \cdot 27 - 27 \cdot 8$; b) $83 \cdot 707 + 83 - 408 \cdot 83$.

Soluţie:

a) $27 \cdot 52 + 56 \cdot 27 - 27 \cdot 8 = 27 \cdot (52 + 56 - 8) = 27 \cdot 100 = 2700$;

b) $83 \cdot 707 + 83 - 408 \cdot 83 = 83 \cdot (707 + 1 - 408) = 83 \cdot 300 = 24900$.

3. Ştiind că $a = 75$ şi $b + c = 907$, calculaţi $a \cdot b + a \cdot c$.

Soluţie:

Aplicăm scoaterea factorului comun: $a \cdot b + a \cdot c = a\,(b + c) = 75 \cdot 907 = 68025$.

Ştiu să rezolv

Exerciţii şi probleme de dificultate minimă

1. Completaţi spaţiile punctate cu factorul comun din următoarele sume şi diferenţe:

a) $23 \cdot 544 + 23 \cdot 65$ ....; b) $49 \cdot 387 + 75 \cdot 49$ ....; c) $405 \cdot 68 - 32 \cdot 405$ .... .

2. Stabiliţi valoarea de adevăr a următoarelor propoziţii:

a) $33 \cdot 29 + 33 \cdot 74 = 33(29 + 74)$; ☐ b) $58 \cdot 92 - 25 \cdot 58 = 58(92 - 25)$; ☐

c) $61 \cdot 123 + 123 \cdot 35 = 123(61 + 35)$; ☐ d) $89 \cdot 508 - 508 \cdot 45 = 508(89 - 45)$. ☐

3. Calculaţi, folosind scoaterea unui factor comun:

a) $8 \cdot 15 + 8 \cdot 19$; b) $5 \cdot 54 - 5 \cdot 17$; c) $4 \cdot 52 + 4 \cdot 21$;

d) $7 \cdot 45 + 7 \cdot 34$; e) $8 \cdot 62 - 8 \cdot 45$; f) $6 \cdot 75 - 6 \cdot 28$.

c)

f)

4. O librărie a vândut 124 de pixuri la preţul de 2 lei bucata şi 124 de pixuri la preţul de 3 lei bucata. Calculaţi cât mai simplu suma încasată de librărie din vânzarea pixurilor.

5. Calculaţi, folosind scoaterea unui factor comun:

a) $35 \cdot 349 + 35 \cdot 251$; b) $42 \cdot 504 - 104 \cdot 42$; c) $55 \cdot 636 - 436 \cdot 55$;
d) $64 \cdot 395 + 64 \cdot 505$; e) $47 \cdot 108 + 47 \cdot 292$; f) $809 \cdot 75 - 509 \cdot 75$.

b)

f)

6. Într-un an, un magazin a vândut 138 de aspiratoare la preţul de 225 lei bucata şi 225 de aspiratoare la preţul de 262 lei bucata. Calculaţi cât mai simplu suma încasată de magazin din vânzarea aspiratoarelor.

7. Calculaţi, folosind scoaterea unui factor comun:

a) $63 \cdot 52 + 63$; b) $57 + 57 \cdot 85$; c) $80 \cdot 45 + 45$;
d) $27 \cdot 108 - 27$; e) $207 \cdot 35 - 35$; f) $57 \cdot 176 - 57$.

c)

f)

8. Completaţi tabelul următor, în care este înregistrat numărul de exemplare vândute din romanele *Moromeţii* de Marin Preda şi *Maitreyi* de Mircea Eliade, precum şi preţul lor.

Numele romanului	*Moromeţii*	*Maitreyi*
Numărul de exemplare vândute	250	250
Preţul unui exemplar	34	26
Suma totală încasată		

Exerciţii şi probleme de dificultate medie

9. Calculaţi, folosind scoaterea unui factor comun:

a) $54 \cdot 432 + 54 \cdot 751 - 183 \cdot 54$; b) $38 \cdot 643 - 255 \cdot 38 + 38 \cdot 612$;
c) $47 \cdot 529 + 616 \cdot 47 - 47 \cdot 145$; d) $63 \cdot 192 + 908 \cdot 63 - 63 \cdot 100$.

10. În staţia de metrou Piaţa Unirii s-au vândut luni 2027 cartele cu două călătorii, marţi 2403 cartele cu două călătorii şi miercuri 2070 cartele cu două călătorii. Ştiind că preţul unei astfel de cartele este 5 lei, calculaţi suma încasată din vânzarea cartelelor în cele trei zile.

11. Calculaţi, folosind scoaterea unui factor comun:

a) $1756 \cdot 96 + 1756 \cdot 105 - 1756$; b) $2038 \cdot 75 + 2038 \cdot 226 - 2038$;
c) $3637 \cdot 453 - 3637 - 52 \cdot 3637$; d) $6017 \cdot 584 - 83 \cdot 6017 - 6017$.

12. Ştiind că $x = 23$ şi $y + z = 41$, calculaţi:

a) $3x + 2y + 2z$; b) $5x + 3y + 3z$; c) $8x + 5y + 5z$;
d) $4y + 4z - 5x$; e) $7z + 7y - 9x$; f) $9y + 9z - 7x$.

13. Ştiind că $x = 10$ şi $y - z = 29$, calculaţi:

a) $xy - xz$; b) $2xy - 2xz$; c) $5xy - 5xz$;
d) $3xy - 3xz$; e) $7xy - 7xz$; f) $10xy - 10xz$.

14. Calculaţi suma $n + p$, ştiind că:

a) $mn + mp = 147$ şi $m = 7$; b) $mn + mp = 265$ şi $m = 5$;
c) $mn + mp = 224$ şi $m = 8$; d) $mn + mp = 405$ şi $m = 9$.

15. Scoateţi factor comun:

a) $4x + 4y + 4z$; b) $3x + 3y - 9z$; c) $8x - 4y - 4z$;
d) $5x - 10y + 25z$; e) $7x + 21y - 56z$; f) $36x - 9y + 63z$.

16. Calculaţi folosind scoaterea unui factor comun:

a) $235 \cdot 675 + 793 \cdot 675 + 325 \cdot 1028$; b) $309 \cdot 576 + 576 \cdot 894 + 424 \cdot 1203$;
c) $729 \cdot 473 - 473 \cdot 275 + 454 \cdot 1027$; d) $506 \cdot 825 + 918 \cdot 506 - 1743 \cdot 306$.

17. Determinaţi numerele naturale consecutive de aceeaşi paritate a, b şi c, care îndeplinesc condiţia $a + b + c = a \cdot b$.

Exerciţii şi probleme de dificultate avansată

18. Ştiind că $m + p = 103$ şi $n + p = 301$, calculaţi:

a) $2m + 4n + 6p$; b) $3m + 6n + 9p$.

19. Calculaţi:

a) $xz + xt + yz + yt$, ştiind că $x + y = 75$ şi $z + t = 68$;
b) $xy + xt + yz + zt$, ştiind că $x + z = 45$ şi $y + t = 91$.

20. Calculaţi următoarele sume:

a) $S_1 = 2 + 4 + 6 + \ldots + 1000$; b) $S_2 = 3 + 6 + 9 + \ldots + 2013$;
c) $S_3 = 5 + 10 + 15 + \ldots + 500$; d) $S_4 = 7 + 14 + 21 + \ldots + 700$.

Ce notă merit?
Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

(3p) **1.** Calculaţi folosind scoaterea unui factor comun:

a) $29 \cdot 55 + 29 \cdot 45$; b) $40 \cdot 87 - 38 \cdot 40$; c) $368 \cdot 999 + 368$.

(3p) **2.** Calculaţi folosind scoaterea unui factor comun:

a) $17 \cdot 213 + 17 \cdot 37 - 17 \cdot 50$; b) $146 \cdot 85 - 85 + 85 \cdot 355$.

(3p) **3.** Determinaţi numărul natural m, ştiind că $n + p = 4$ şi $m \cdot n + m \cdot p = 392$.

Lecţia 9. Împărţirea cu rest zero a numerelor naturale

Citesc şi reţin

Câtul a două numere naturale a şi b, $b \neq 0$, notat $a : b$, dacă există, este acel unic număr natural c, pentru care $a = b \cdot c$. Numerele a şi b se numesc **factorii împărţirii**; numărul a se numeşte **deîmpărţit**, iar b se numeşte **împărţitor**.

Operaţia prin care se obţine numărul natural c se numeşte **împărţirea exactă** a lui a la b.

Observaţii:

1. Câtul a două numere naturale nu este totdeauna număr natural.
2. Pentru orice număr natural $b \neq 0$ avem: $0 : b = 0$.
3. Proba împărţirii $a : b = c$ se poate face printr-o altă împărţire ($a : c = b$) sau printr-o înmulţire ($a = b \cdot c$).

Cum se aplică?

1. Efectuaţi împărţirile:

a) 760 : 10; b) 8055 : 9; c) 82647 : 27.

Soluţie:

a) 760 : 10 = 76;
b) 8055 : 9 = 895;
c) 82647 : 27 = 3061.

$$\begin{array}{r|l} 8055 & 9 \\ \cline{2-2} \underline{72} & 895 \\ 85 & \\ \underline{81} & \\ 45 & \\ \underline{45} & \\ == & \end{array}
\qquad
\begin{array}{r|l} 82647 & 27 \\ \cline{2-2} \underline{81} & 3061 \\ 164 & \\ \underline{162} & \\ 27 & \\ \underline{27} & \\ == & \end{array}$$

2. Aflaţi de câte ori este mai mare câtul numerelor 147600 şi 100 decât numărul natural 12.

Soluţie:

Calculăm întâi câtul numerelor 147600 şi 100; 147600 : 100 = 1476; apoi efectuăm împărţirea 1476 : 12 = 123.

3. Ştiind că $4008 : n = 167$, determinaţi numărul natural n, $n \neq 0$.

Soluţie:

$4008 : n = 167$, de unde rezultă că $n = 4008 : 167$ şi efectuând împărţirea obţinem $n = 24$.

Ştiu să rezolv

Exerciţii şi probleme de dificultate minimă

1. Efectuaţi:

a) 51 : 3 = $\square\square$ b) 84 : 4 = $\square\square$ c) 65 : 5 = $\square\square$ d) 96 : 6 = $\square\square$
e) 99 : 9 = $\square\square$ f) 90 : 6 = $\square\square$ g) 96 : 8 = $\square\square$ h) 91 : 7 = $\square\square$

2. Ştefan a plătit pentru 7 becuri de iluminat de acelaşi fel suma de 98 lei. Calculaţi preţul unui bec de iluminat.

3. Efectuaţi:
a) 489 : 3 = ☐☐☐ b) 492 : 6 = ☐☐☐ c) 612 : 4 = ☐☐☐ d) 742 : 7 = ☐☐☐
e) 238 : 7 = ☐☐☐ f) 486 : 9 = ☐☐☐ g) 534 : 6 = ☐☐☐ h) 752 : 8 = ☐☐☐

4. De-a lungul unui trotuar cu lungimea de 810 m s-au amenajat parcări. Ştiind că o parcare are lungimea de 5 m, calculaţi numărul de parcări amenajate.

5. Aflaţi câtul numerelor şi apoi efectuaţi proba împărţirilor:
a) 416 şi 13; b) 770 şi 14; c) 810 şi 15; d) 768 şi 12;
e) 784 şi 16; f) 986 şi 17; g) 864 şi 18; h) 945 şi 21.

c)

h)

6. O librărie a vândut într-o lună 75 de exemplare din nuvela *Moara cu noroc*, scrisă de Ioan Slavici, încasând suma de 1350 lei. Calculaţi preţul unui exemplar.

7. Efectuaţi:
a) 450 : 10 = ☐☐ b) 510 : 10 = ☐☐ c) 720 : 10 = ☐☐
d) 7060 : 10 = ☐☐☐ e) 8400 : 10 = ☐☐☐ f) 9000 : 10 = ☐☐☐

8. Un elev, citind câte 15 pagini pe zi, a terminat un roman în două săptămâni. Aflaţi câte pagini trebuia să citească elevul în fiecare zi, pentru a termina romanul în 10 zile.

9. Efectuaţi:
a) 5400 : 100 = ...; b) 6800 : 100 = ...; c) 9000 : 100 = ...;
d) 69000 : 100 = ...; e) 20800 : 100 = ...; f) 60000 : 100 = ...

10. Salariile pe o lună, pentru o echipă de muncitori, în valoare de 36500 lei au fost achitate în bancnote de 100 lei. Calculaţi numărul bancnotelor cu valoarea de 100 lei.

11. Efectuaţi:
a) 51000 : 1000 = ...; b) 47000 : 1000 = ...; c) 80000 : 1000 = ...;
d) 720000 : 1000 = ...; e) 900000 : 1000 = ...; f) 640000 : 1000 = ...

Exerciţii şi probleme de dificultate medie

12. Aflaţi de câte ori este mai mic numărul 45 decât:
a) 1440; b) 2520; c) 3375.

13. Aflaţi de câte ori este mai mare numărul 20736 decât:
a) 36; b) 48; c) 54.

14. Aflaţi numărul natural care împărţit la 15 dă câtul:
a) 205; b) 350; c) 1508; d) 6419.

15. Calculaţi:
a) 465 : 15 + 324 : 18; b) 630 : 18 – 408 : 17;
c) 2080 : 65 + 1344 : 24; d) 2555 : 35 – 2408 : 86.

16. Maria s-a născut în anul 1975 şi a observat în anul 2017 că fiica ei, Ioana, are vârsta de trei ori mai mică. Aflaţi anul în care Ioana a devenit majoră.

17. Completaţi tabelul următor, în care sunt înregistraţi spectatorii prezenţi în tribună la finala unui turneu de tenis.

Numărul spectatorilor	Adulţi	Copii
	2503	1608
Preţul unui bilet (lei)		50
Suma totală încasată (lei)	330700	

18. Aflaţi de câte ori este mai mare câtul numerelor 10080 şi 24 decât numărul natural 14.

19. Aflaţi de câte ori este mai mic câtul numerelor 465 şi 31 decât numărul natural 12045.

20. Aflaţi numărul natural x, când câtul numerelor 6480 şi x este egal cu:
a) 270; b) 180; c) 144.

21. Podeaua unei bucătării în formă de dreptunghi are lungimea de 6 m şi lăţimea de 4 m. Aflaţi câte plăci de gresie, în formă de pătrat cu latura de 40 cm, sunt necesare pentru acoperirea podelei.

22. Micşoraţi de 100 ori numărul natural n în următoarele cazuri:
a) $n = 25 + 26 + 27 + \ldots + 175$; b) $n = 25 + 26 + 27 + \ldots + 224$.

Exerciţii şi probleme de dificultate avansată

23. Numerele naturale a şi b împărţite la 75 dau câturile c, respectiv d şi resturile egale cu 0. Dacă $c + d = 391$, aflaţi câtul şi restul împărţirii $(a + b) : 51$.

24. Aflaţi deîmpărţitul, împărţitorul şi câtul unei împărţiri cu restul 0, ştiind că produsul acestora este egal cu 10000.

25. Determinaţi numărul natural $\overline{ab}$, $a \neq 0$, cu proprietatea $\overline{ab} : a = a + b + 1$ rest 0.

Ce notă merit?
Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

(3p) **1.** Completaţi tabelul următor:

m	560	3800	456
n	10	100	8
$m : n$			

(3p) **2.** Aflaţi câturile următoarelor împărţiri:
a) 875 : 25; b) 7824 : 48.

(3p) **3.** La un magazin de telefonie mobilă, s-a încasat suma de 27675 lei din vânzarea a 123 de telefoane mobile de acelaşi fel. Calculaţi preţul unui astfel de telefon.

Lecţia 10. Împărţirea cu rest a numerelor naturale. Teorema împărţirii cu rest

Citesc şi reţin

Teorema împărţirii cu rest

Oricare ar fi două numere naturale a şi b, $b \neq 0$, există numerele naturale q şi r, unic determinate, astfel încât $a = b \cdot q + r$ şi $r < b$.

Numărul natural a se numeşte **deîmpărţit**, b se numeşte **împărţitor**, q se numeşte **cât**, iar r se numeşte **rest**.

Operaţia prin care se obţin numerele naturale q şi r se numeşte **împărţirea cu rest** a lui a la b.

Cum se aplică?

1. Efectuaţi următoarele împărţiri şi faceţi proba:
a) 574 : 9; b) 9806 : 27.

Soluţie:

a) 574 : 9 dă câtul 63 şi restul 7.
Proba: $9 \cdot 63 + 7 = 567 + 7 = 574$.
b) 9806 : 27 dă câtul 363 şi restul 5.
Proba: $27 \cdot 363 + 5 = 9801 + 5 = 9806$.

$$\begin{array}{r|l} 574 & 9 \\ \cline{2-2} \underline{54} & 63 \\ 34 & \\ \underline{27} & \\ =7 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 9806 & 27 \\ \cline{2-2} \underline{81} & 363 \\ 170 & \\ \underline{162} & \\ 86 & \\ \underline{81} & \\ =5 & \end{array}$$

2. Rotunjiţi la zeci suma numerelor naturale care împărţite la 3 dau câtul egal cu 205.

Soluţie:

Deoarece împărţitorul este 3, din teorema împărţirii cu rest rezultă că restul $r = 0$ sau $r = 1$ sau $r = 2$, prin urmare obţinem numerele: $3 \cdot 205 + 0 = 615$, $3 \cdot 205 + 1 = 616$ şi $3 \cdot 205 + 2 = 617$. Calculăm suma: $615 + 616 + 617 = 1848$. Rotunjind la zeci numărul 1848 obţinem 1850.

3. Aflaţi cel mai mare număr care împărţit la 37 dă câtul de 5 ori mai mic decât restul.

Soluţie:

Dacă notăm cu a numărul necunoscut, iar cu q şi r câtul, respectiv restul împărţirii lui a la 37, din teorema împărţirii cu rest rezultă că $a = 37 \cdot q + r$ şi $r < 37$. Deoarece $q = r : 5$, rezultă că numărul a este cel mai mare dacă $r = 35$, deci $q = 7$; $a = 37 \cdot 7 + 35$ şi obţinem $a = 294$.

Ştiu să rezolv

Exerciţii şi probleme de dificultate minimă

1. Determinaţi câtul şi restul împărţirilor:

a) 61 : 4; b) 73 : 5; c) 80 : 6; d) 95 : 7;
e) 76 : 3; f) 99 : 8; g) 97 : 9; h) 88 : 7.

d)

h)

2. Un fermier a cumpărat 47 puieţi de nuc, pe care i-a plantat pe rânduri de câte 5 exemplare. Aflaţi câţi puieţi de nuc sunt plantaţi pe ultimul rând.

3. Determinaţi câtul şi restul împărţirilor:

a) 463 : 3; b) 507 : 4; c) 617 : 5; d) 705 : 6;
e) 315 : 8; f) 293 : 9; g) 304 : 7; h) 435 : 8.

c)

h)

4. La o grădiniţă, 104 creioane colorate au fost împărţite câte 7 copiilor de la grupa mare. Aflaţi câţi copii sunt la grupa mare, ştiind că numărul creioanelor care au rămas are o singură cifră.

5. Completaţi următorul tabel, efectuând mintal împărţirile:

Deîmpărţitul	87	68	73	94	309	581	681	845
Împărţitorul	10	10	10	10	10	10	10	10
Câtul								
Restul								

6. La o cofetărie, 106 prăjituri au fost aşezate câte 10 pe un platou. Aflaţi numărul platourilor folosite şi numărul prăjiturilor de pe ultimul platou.

7. Efectuaţi următoarele împărţiri şi faceţi proba:

a) 565 : 22; b) 604 : 23; c) 795 : 24; d) 812 : 25;
e) 885 : 27; f) 942 : 26; g) 987 : 35; h) 917 : 36.

c)

h)

8. Ana şi-a propus să citească un roman cu 355 de pagini de text, citind câte 23 de pagini în fiecare zi. Aflaţi în câte zile a citit Ana romanul şi câte pagini a citit în ultima zi.

9. Efectuaţi următoarele împărţiri şi faceţi proba:

a) 5841 : 46; b) 8183 : 52; c) 6827 : 61; d) 5207 : 37;
e) 33146 : 54; f) 24506 : 65; g) 54204 : 83; h) 68009 : 72.

d)

h)

10. La o fabrică de dulciuri, 1000 de pachete cu biscuiţi au fost depozitate câte 75 într-o cutie. Aflaţi câte cutii sunt necesare pentru această operaţie şi câte pachete cu biscuiţi mai încap în ultima cutie.

11. Completaţi spaţiile punctate cu resturile posibile la împărţirea unui număr natural cu:

a) 3 .... b) 5.................................. c) 7 ....

Exerciţii şi probleme de dificultate medie

12. În anul 2010, când nepotul său a devenit major, Ion a observat că dacă împarte vârsta lui la vârsta nepotului său obţine câtul 4 şi restul 1. Aflaţi anul în care s-a născut Ion.

13. Aflaţi numerele naturale care împărţite la 4 dau câtul 94.

14. Aflaţi numerele naturale nenule care împărţite la 6 dau câtul egal cu restul.

15. Aflaţi numărul natural *n*, ştiind că efectuând împărţirea 8265 : *n* obţinem:

a) câtul 183 şi restul 30; b) câtul 223 şi restul 14.

16. Aflaţi cel mai mare număr natural care împărţit la 21 dă câtul de două ori mai mare decât restul.

17. Aflaţi cel mai mare număr natural care împărţit la 143 dă câtul de 4 ori mai mic decât restul.

18. Aflaţi numerele naturale nenule care împărţite la 37 dau câtul de 8 ori mai mic decât restul.

19. Aflaţi numerele naturale nenule care împărţite la 65 dau restul de 7 ori mai mare decât câtul.

20. Numărul natural n dă restul 61 la împărţirea cu 72. Aflaţi restul împărţirii:
a) $n : 8$; b) $n : 12$; c) $n : 18$; d) $n : 24$.

21. Determinaţi numărul natural n, $n \neq 0$, ştiind că suma resturilor posibile la împărţirea cu n este egală cu:
a) $2n$; b) $3n$; c) $7n$; d) $11n$.

22. Mai multe numere naturale consecutive se împart la 13, suma resturilor obţinute fiind egală cu 85. Se adună cel mai mic cu cel mai mare dintre aceste numere, iar suma lor se împarte la 13. Ce rest se obţine?

Exerciţii şi probleme de dificultate avansată

23. Suma mai multor numere naturale consecutive se împarte la 7 cu restul 0, iar produsul resturilor obţinute prin împărţirea acestora la 7 este egal cu 120. Determinaţi cele mai mari numere de două cifre cu această proprietate.

24. Determinaţi numerele naturale $\overline{abc}$, $a \neq 0$, cu proprietatea $\overline{abc} : \overline{ac} = \overline{ab}$ rest c.

25. Într-o livadă sunt meri, peri şi nuci. Dintre aceştia, numărul merilor este cel mai mare, iar numărul nucilor este cel mai mic. Ştiind că, dacă împărţim numărul nucilor, numărul perilor şi numărul merilor la 11, obţinem de fiecare dată câtul de trei ori mai mic decât restul, aflaţi câţi pomi sunt în livadă.

(I. Tudor, *Gazeta Matematică* nr. 10/2016)

Ce notă merit?
Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

(3p) **1.** Completaţi tabelul următor:

Deîmpărţitul	97	308	179
Împărţitorul	10	100	7
Câtul			
Restul			

(3p) **2.** Efectuaţi următoarele împărţiri şi faceţi proba:
a) 9641 : 32; b) 15411 : 17.

(3p) **3.** Într-o şcoală, dacă împărţim numărul băieţilor şi numărul fetelor din clasa a V-a la 13, obţinem resturi diferite şi de fiecare dată câtul este de 5 ori mai mic decât restul. Aflaţi numărul elevilor de clasa a V-a din acea şcoală.

Teste de evaluare sumativă

Testul 1

Se acordă 1 punct din oficiu.

(2p) **1.** Se consideră numerele naturale $x = 405$ şi $y = 116$. Calculaţi:
a) suma numerelor x şi y; b) diferenţa numerelor x şi y.

(2p) **2.** Calculaţi:
a) $31 \cdot 1000$; b) $12 \cdot 45$.

(1p) **3.** Peste 15 ani, o persoană va avea vârsta de 53 de ani. Aflaţi anul în care s-a născut persoana respectivă.

(1p) **4.** Determinaţi câtul şi restul împărţirii $7629 : 28$ şi apoi faceţi proba.

(1p) **5.** Rotunjiţi la sute de mii numărul natural $n = 985 \cdot 218 + 376 \cdot 985 - 594 \cdot 385$.

(2p) **6.** Determinaţi numerele naturale nenule care împărţite la 25 dau câtul de 9 ori mai mic decât restul.

Testul 2

Se acordă 1 punct din oficiu.

(2p) **1.** Se consideră numerele naturale $a = 275$ şi $b = 167$. Calculaţi:
a) suma numerelor a şi b; b) diferenţa numerelor a şi b.

(2p) **2.** Se consideră numărul natural $n = 400$. Aflaţi numărul care este mai mic decât n de:
a) 10 ori; b) 16 ori.

(1p) **3.** Un elev are în prezent vârsta de 12 ani. Aflaţi anul în care elevul va avea vârsta de trei ori mai mare.

(1p) **4.** Determinaţi numărul natural $n = 1526 \cdot 87 - 1526 + 14 \cdot 1526$.

(1p) **5.** Suma a trei numere naturale consecutive este egală cu 2013. Aflaţi cele trei numere.

(2p) **6.** Rotunjiţi la sute suma numerelor naturale de două cifre care împărţite la 12 dau câtul egal cu restul.

Testul 3

Se acordă 1 punct din oficiu.

(2p) **1.** Se consideră numerele naturale $x = 302$ şi $y = 208$. Calculaţi:
a) suma numerelor x şi y; b) diferenţa numerelor x şi y.

(2p) **2.** Se consideră numărul natural $n = 52$. Aflaţi numărul care este mai mare decât n de:
a) 100 de ori; b) 25 de ori.

(1p) **3.** Diferenţa a două numere naturale este egală cu 3058. Aflaţi scăzătorul dacă descăzutul este egal cu 11035.

(1p) **4.** Determinaţi numărul natural x pentru care câtul numerelor 4920 şi x este egal cu 24.

(1p) **5.** Determinaţi numărul natural m, ştiind că $3n - p = 4$ şi $9mn - 3mp = 648$.

(2p) **6.** Mai multe numere naturale consecutive de trei cifre se împart la 7, produsul resturilor obţinute fiind egal cu 120. Aflaţi numerele cu această proprietate care au suma minimă.

Fişă pentru portofoliul elevului

Numele şi prenumele:
Clasa a V-a
Capitolul: Numere naturale
Se acordă 10 puncte din oficiu.

I. Dacă propoziţia este adevărată, subliniaţi litera A, iar dacă propoziţia este falsă, subliniaţi litera F.

(7p) **1.** Diferenţa numerelor 1002 şi 567 este egală cu 435. A F
(7p) **2.** Produsul numerelor 480 şi 100 este egal cu 48000. A F
(7p) **3.** Restul împărţirii 7028 : 10 este egal cu 8. A F

II. Completaţi spaţiile punctate cu răspunsul corect.

(7p) **1.** Câtul împărţirii 7902 : 18 este egal cu ....
(7p) **2.** Suma resturilor posibile la împărţirea unui număr natural cu 7 este egală cu ..... .
(7p) **3.** Produsul numerelor 36 şi 25 este egal cu ....

III. Încercuiţi litera corespunzătoare singurului răspuns corect.

(8p) **1.** Dacă $\overline{4xx}+\overline{32x}=\overline{x16}$, atunci cifra x este egală cu:
A. 5; B. 7; C. 8; D. 4.

(8p) **2.** Rotunjind la sute diferenţa dintre cel mai mare număr impar de patru cifre diferite şi cel mai mic număr par de patru cifre diferite obţinem:
A. 7200; B. 8900; C. 6700; D. 9200.

(8p) **3.** Rezultatul calculului 357 · 293 + 735 · 357 – 27 · 357 – 357 este egal cu:
A. 820357; B. 500257; C. 402500; D. 357000.

La exerciţiile IV. şi V. scrieţi pe fişă rezolvările complete.

IV. *(8p)* Suma mai multor numere impare şi consecutive de câte două cifre este egală cu 225. Determinaţi aceste numere.

V. Mai multe numere naturale consecutive se împart la 11, suma resturilor obţinute fiind egală cu 49.
(8p) a) Aflaţi câte numere naturale se împart la 11.
(8p) b) Determinaţi cele mai mari numere de câte două cifre cu această proprietate.

Lecţia 11. Ridicarea la putere cu exponent natural a unui număr natural

Citesc şi reţin

Definiţie: Dacă a şi n sunt numere naturale, $n \neq 0$, atunci puterea a n-a a numărului natural a se notează a^n şi se defineşte astfel: $a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ factori}}$.

Dacă $a \neq 0$, atunci, prin convenţie, $a^0 = 1$ şi $a^1 = a$.

Notaţia a^n se citeşte „a la puterea n”. Numărul natural a se numeşte **baza** puterii, iar numărul natural n se numeşte **exponentul** puterii.

Operaţia prin care se obţine puterea unui număr natural se numeşte **ridicarea la putere**.

Observaţii:

1. Operaţia 0^0 nu are sens.

2. Ridicarea la putere este operaţie de **ordinul al treilea**.

Cum se aplică?

1. Efectuaţi ridicările la putere:

a) 3^2; b) 2^5.

Soluţie:

a) $3^2 = 3 \cdot 3 = 9$; b) $2^5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$.

2. Efectuaţi:

a) $3^4 + 5^3 - 7^2$; b) $6^2 - 9^0 + 2^7$.

Soluţie:

a) $3^4 + 5^3 - 7^2 = 81 + 125 - 49 = 157$; b) $6^2 - 9^0 + 2^7 = 36 - 1 + 128 = 163$.

3. Determinaţi ultima cifră a numărului natural 3^{63}.

Soluţie:

Observăm că: $3^1 = 3$ $3^2 = 9$ $3^3 = 27$ $3^4 = 81$

$3^5 = 243$ $3^6 = 729$ $3^7 = 2187$ $3^8 = 6561$,

deci ultima cifră a puterilor lui 3 se repetă din 4 în 4, prin urmare $u(3^k) = u(3^{4n+k})$, unde k şi n sunt numere naturale, $1 \leq k \leq 4$ şi $n \geq 0$. $u(3^{63}) = u(3^{4 \cdot 15+3}) = u(3^3) = 7$.

Ştiu să rezolv

Exerciţii şi probleme de dificultate minimă

1. Citiţi următoarele notaţii:

a) 7^{18}; b) 3^{25}; c) 5^{30}; d) 2^{53}.

2. Numiţi bazele şi exponenţii următoarelor puteri:

a) 13^9; b) 6^{37}; c) 7^{61}; d) 19^8.

3. Scrieţi următoarele produse sub formă de puteri:

a) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 =$ ....; b) $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 =$ ....; c) $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 =$ ....

4. Calculaţi:

a) $2^0, 2^1, 2^2, 2^3, 2^4$; b) $3^0, 3^1, 3^2, 3^3, 3^4$; c) $4^0, 4^1, 4^2, 4^3, 4^4$; d) $5^0, 5^1, 5^2, 5^3, 5^4$.

c)

5. Calculaţi:

a) $1^{1000} =$ ....; b) $1^{2007} =$ ....; c) $1^{2009} =$ ....; d) $1^{2093} =$ ....

6. Efectuaţi mai întâi ridicările la putere şi apoi înmulţirile:

a) $6^2 \cdot 10$; b) $7^2 \cdot 10$; c) $4^2 \cdot 10$; d) $5^2 \cdot 10$;
e) $10^2 \cdot 3^3$; f) $10^2 \cdot 4^3$; g) $10^2 \cdot 3^4$; h) $10^2 \cdot 2^5$.

g)

7. Efectuaţi mai întâi ridicările la putere şi apoi împărţirile:

a) $36 : 3^2 =$ ....; b) $40 : 2^3 =$ ....; c) $54 : 3^2 =$ ....;
d) $48 : 4^2 =$ ....; e) $72 : 6^2 =$ ....; f) $96 : 2^5 =$ ....

8. Scrieţi sub formă de puteri următoarele numere naturale:

a) 25 = ...; b) 36 = ...; c) 49 = ...; d) 27 = ...;
e) 32 = ...; f) 16 = ...; g) 81 = ...; h) 64 = ...

9. Completaţi tabelul următor, unde n este număr natural:

n	0	1	2	3	4	5
10^n						

10. Calculaţi:

a) $10^2 - 10^0$; b) $10^3 + 10^0$; c) $10^4 - 10^1$; d) $10^5 + 10^1$;
e) $10^3 - 10^2$; f) $10^4 + 10^3$; g) $10^5 - 10^2$; h) $10^5 + 10^3$.

h)

Exerciţii şi probleme de dificultate medie

11. Calculaţi:

a) $2^4 - 2^3$; b) $3^4 - 3^2$; c) $2^6 - 2^0$; d) $5^3 - 5^0$;
e) $4^3 - 4^2$; f) $5^3 - 5^2$; g) $3^5 - 3^3$; h) $2^7 - 2^5$.

12. Calculaţi:

a) $2^4 - 3^2$; b) $2^3 + 5^2$; c) $6^2 - 2^5$; d) $2^6 - 7^2$;
e) $7^3 - 3^4$; f) $2^7 - 5^3$; g) $2^8 - 7^2$; h) $3^5 - 5^3$.

13. Calculaţi:

a) $4^3 - 3^3 + 2^2$; b) $2^6 - 7^2 - 3^2$; c) $3^4 - 5^2 - 6^2$;
d) $6^3 - 5^3 - 2^4$; e) $2^7 - 3^4 - 6^2$; f) $3^4 + 2^5 - 7^2$.

14. Calculaţi:

a) $10^2 - 7^2 + 5^4$; b) $2^8 + 11^2 - 3^5$; c) $12^2 + 4^3 - 5^3$;
d) $4^4 - 13^2 + 6^2$; e) $15^2 - 6^3 + 3^3$; f) $5^4 - 3^4 - 16^2$.

15. Arătaţi că:

a) $5^2 + 12^2 = 13^2$; b) $9^2 + 12^2 = 15^2$; c) $7^2 + 24^2 = 25^2$;
d) $12^2 + 16^2 = 20^2$; e) $15^2 + 20^2 = 25^2$; f) $10^2 + 24^2 = 26^2$.

16. Determinaţi ultima cifră a următoarelor numere naturale:

a) 5^{102}; b) 5^{107}; c) 6^{105}; d) 6^{108}.

17. Determinaţi ultima cifră a următoarelor numere naturale:

a) 4^{53}; b) 9^{72}; c) 2^{61}; d) 3^{42};
e) 2^{83}; f) 3^{56}; g) 3^{73}; h) 2^{80}.

Exerciţii şi probleme de dificultate avansată

18. Determinaţi numerele naturale $\overline{abc}$, $a \neq 0$, care îndeplinesc condiţia $a + b^2 = c^3$.

19. Determinaţi numerele naturale $\overline{xyzt}$ care îndeplinesc condiţiile $x > y > z > t$ şi $x^2 = y^3 + z^3 + t^3$.

20. Determinaţi numerele naturale $\overline{abcde}$, cu $a \neq 0$, $b \neq 0$, $c \neq 0$, $d \neq 0$, $e \neq 0$, pentru care $\overline{abcd} + \overline{bcd} + \overline{cd} + d = 10^e$.

Ce notă merit?
Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

(3p) **1.** Completaţi tabelul următor:

a	a^3	a^4	a^5
3			

(3p) **2.** Calculaţi:

a) $10^2 - 4^3$; b) $6^3 + 12^2$; c) $5^4 - 2^7$.

(3p) **3.** Determinaţi ultima cifră a numărului natural 7^{38}.

Lecţia 12. Pătrate perfecte

Citesc şi reţin

Definiţie: Un număr natural p se numeşte pătrat perfect dacă există un număr natural a, astfel încât $p = a^2$.

Observaţii:

1. Ultima cifră a unui număr natural pătrat perfect poate fi 0, 1, 4, 5, 6 sau 9.

2. Un număr natural situat între două pătrate perfecte consecutive nu este pătrat perfect.

Cum se aplică?

1. Câte numere naturale pătrate perfecte sunt mai mici decât 101?

Soluţie:

Numerele naturale pătrate perfecte mai mici decât 101 sunt: $0^2 = 0$, $1^2 = 1$, $2^2 = 4$, ..., $10^2 = 100$, prin urmare sunt 11 numere naturale pătrate perfecte mai mici decât 101.

2. Arătaţi că suma primelor zece numere naturale impare şi consecutive este un număr natural pătrat perfect.

Soluţie:

Efectuăm suma primelor zece numere naturale impare şi consecutive: $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 + 19 = 100 = 10^2$.

3. Arătaţi că numerele naturale de forma $6^n + 2$, unde n este număr natural, nu sunt pătrate perfecte.

Soluţie:

Dacă $n = 0$, atunci $6^n + 2 = 6^0 + 2 = 1 + 2 = 3$, iar 3 nu este pătrat perfect. Dacă $n \geq 1$, atunci $u(6^n) = 6$, deci $u(6^n + 2) = 8$, de unde rezultă că $6^n + 2$ nu este pătrat perfect, prin urmare numărul $6^n + 2$ nu este pătrat perfect pentru orice număr natural n.

Ştiu să rezolv

Exerciţii şi probleme de dificultate minimă

1. Încercuiţi litera corespunzătoare singurului răspuns corect. Numărul natural pătrat perfect este:

A. 61^5; B. 61^3; C. 61^2; D. 61^1.

2. Stabiliţi valoarea de adevăr a următoarelor propoziţii:

a) Numărul natural 0 este pătrat perfect. ☐

b) Numărul natural 1 este pătrat perfect. ☐

3. Completaţi tabelul următor şi reţineţi pătratele perfecte obţinute.

n	2	3	4	5	6	7	8	9
n^2								

4. Folosind tabelul anterior, arătaţi că următoarele numere naturale nu sunt pătrate perfecte deoarece sunt situate între două pătrate perfecte consecutive.

a) 6; b) 14; c) 20; d) 35;
e) 41; f) 54; g) 75; h) 79.

d)	
h)	

5. Folosind tabelul de la exerciţiul 3, scrieţi numerele naturale pătrate perfecte de forma $\overline{xy}$, $x \neq 0$, care îndeplinesc condiţia:

a) x şi y sunt pătrate perfecte: ....;
b) $x + y$ este pătrat perfect: ....

6. Stabiliţi valoarea de adevăr a următoarelor propoziţii şi reţineţi pătratele perfecte:

a) $10^2 = 100$; $\square$ b) $11^2 = 121$; $\square$ c) $12^2 = 144$; $\square$ d) $13^2 = 169$; $\square$
e) $14^2 = 196$; $\square$ f) $15^2 = 225$; $\square$ g) $16^2 = 256$; $\square$ h) $17^2 = 289$. $\square$

7. Arătaţi că suma primelor n numere naturale impare şi consecutive este pătrat perfect, pentru:

a) $n = 2$; b) $n = 3$; c) $n = 4$; d) $n = 5$;
e) $n = 6$; f) $n = 7$; g) $n = 8$; h) $n = 9$.

d)	
h)	

8. Stabiliţi valoarea de adevăr a următoarelor propoziţii. Ultima cifră a unui număr natural pătrat perfect poate fi:

a) 0; $\square$ b) 1; $\square$ c) 2; $\square$ d) 3; $\square$ e) 4; $\square$
f) 5; $\square$ g) 6; $\square$ h) 7; $\square$ i) 8; $\square$ j) 9. $\square$

9. Folosind exerciţiul anterior, arătaţi că următoarele numere naturale nu sunt pătrate perfecte:

a) 1002; b) 4527; c) 6028; d) 5693;
e) 14068; f) 20513; g) 40402; h) 54917.

c)	
h)	

Exerciţii şi probleme de dificultate medie

10. Arătaţi că numărul natural pătrat perfect 49 se scrie ca sumă de trei numere naturale pătrate perfecte.

11. Determinaţi numerele naturale pătrate perfecte de trei cifre care încep cu cifra:

a) 4; b) 9.

12. Câte numere naturale pătrate perfecte sunt mai mici decât 10000?

13. Arătaţi că numărul natural n este pătrat perfect în următoarele cazuri:

a) $n = 1999 + 1999^2 + 2000$; b) $n = 2003 + 2003^2 + 2004$.

c) $n = 2001^2 - 2001 - 2000$; d) $n = 1021^2 - 1021 - 1020$;

14. Pentru n număr natural, arătaţi că următoarele numere nu sunt pătrate perfecte:

a) $6^n + 1$; b) $5^n + 2$; c) $6^n + 7$; d) $5^n + 7$.

15. Arătaţi că produsul a două numere naturale consecutive nu este pătrat perfect.

16. Dacă n este număr natural, arătaţi că următoarele numere nu sunt pătrate perfecte:

a) $5n - 2, n \geq 1$; b) $5n - 3, n \geq 1$; c) $5n - 7, n \geq 2$; d) $5n - 8, n \geq 2$.

17. Arătaţi că următoarele numere naturale sunt pătrate perfecte:

a) $1 + 2 + 3 + \ldots + 1000 + 501 \cdot 1001$; b) $1 + 2 + 3 + \ldots + 1011 + 505 \cdot 1011$.

Exerciţii şi probleme de dificultate avansată

18. Arătaţi că nu există pătrate perfecte de forma $a = 2^n + 3^n + 7^n$, unde n este număr natural.

19. Arătaţi că $1 + 3 + 5 + ... + (2n + 1) = (n + 1)^2$, pentru orice număr natural n.

20. Se consideră produsul $p = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10$. Înlocuiţi unul dintre factorii produsului p cu o cifră, astfel încât să obţineţi pătratele perfecte m şi n (cele mai apropiate de p) cu proprietatea $m < p < n$.

Ce notă merit?
Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

(3p) **1.** Determinaţi numărul natural $\overline{xy}$, $x \neq 0$, care îndeplineşte condiţia:

a) $\overline{xy} = y^2$; b) $\overline{xy} = y^3$.

(3p) **2.** Arătaţi că numărul natural n este pătrat perfect în următoarele cazuri:

a) $n = 2017 \cdot 2018 - 2017$; b) $n = 2018 \cdot 2019 + 2019$.

(3p) **3.** Dacă n este număr natural, $n \neq 0$, arătaţi că următoarele numere nu sunt pătrate perfecte:

a) $5^n - 2$; b) $6^n - 4$.

Lecţia 13. Reguli de calcul cu puteri

Citesc şi reţin

Pentru puterile cu exponent natural ale numerelor naturale au loc următoarele reguli de calcul:

1. **Produsul puterilor care au aceeaşi bază:**
   $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$, oricare ar fi numerele naturale a, m şi n, $a \neq 0$;
2. **Câtul puterilor care au aceeaşi bază:**
   $a^m : a^n = a^{m-n}$, oricare ar fi numerele naturale a, m şi n, $a \neq 0$ şi $m \geq n$;
3. **Puterea unei puteri:**
   $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$, oricare ar fi numerele naturale a, m şi n, $a \neq 0$;
4. **Puterea unui produs:**
   $(a \cdot b)^m = a^m \cdot b^m$, oricare ar fi numerele naturale a, b şi m, $a \neq 0$ şi $b \neq 0$;
5. **Puterea unui cât:**
   $(a : b)^m = a^m : b^m$, oricare ar fi numerele naturale a, b şi m, $a \neq 0$ şi $b \neq 0$.

Cum se aplică?

1. Efectuaţi, scriind rezultatul sub formă de putere:
a) $7^{29} \cdot 7^{11}$; b) $5^{67} : 5^{38}$; c) $(3^{29})^3$.

Soluţie:
a) $7^{29} \cdot 7^{11} = 7^{29+11} = 7^{40}$; b) $5^{67} : 5^{38} = 5^{67-38} = 5^{29}$; c) $(3^{29})^3 = 3^{29 \cdot 3} = 3^{87}$.

2. Efectuaţi, folosind regulile de calcul cu puteri:
a) $3^{42} : (3^{12} \cdot 3^{27})$; b) $(7^3 \cdot 7^5)^5 : 7^{38}$; c) $(2 \cdot 2^{19})^4 : 8^{26}$.

Soluţie:
a) $3^{42} : (3^{12} \cdot 3^{27}) = 3^{42} : 3^{12+27} = 3^{42} : 3^{39} = 3^{42-39} = 3^3 = 27$;
b) $(7^3 \cdot 7^5)^5 : 7^{38} = (7^{3+5})^5 : 7^{38} = (7^8)^5 : 7^{38} = 7^{8 \cdot 5} : 7^{38} = 7^{40} : 7^{38} = 7^{40-38} = 7^2 = 49$;
c) $(2 \cdot 2^{19})^4 : 8^{26} = (2^{1+19})^4 : (2^3)^{26} = (2^{20})^4 : 2^{3 \cdot 26} = 2^{20 \cdot 4} : 2^{78} = 2^{80} : 2^{78} = 2^{80-78} = 2^2 = 4$.

3. Aflaţi câte cifre are numărul natural $n = 2^9 \cdot 5^{11}$.

Soluţie:
$n = 2^9 \cdot 5^{11} = 2^9 \cdot 5^9 \cdot 5^2 = 5^2 \cdot (2 \cdot 5)^9 = 25 \cdot 10^9 = 25 \cdot 1\,000\,000\,000 = 25\,000\,000\,000$, prin urmare numărul natural n are 11 cifre.

Ştiu să rezolv

Exerciţii şi probleme de dificultate minimă

1. Stabiliţi valoarea de adevăr a propoziţiilor:
a) $5^7 \cdot 5^{19} = 5^{7+19} = 5^{26}$; ☐ b) $(3^{25})^{10} = 3^{25 \cdot 10} = 3^{250}$; ☐ c) $7^{40} : 7^5 = 7^{40-5} = 7^{35}$. ☐

2. Efectuaţi, aplicând regulile de calcul cu puteri:
a) $3^{10} \cdot 3^{11}$ = ...; b) $5^7 \cdot 5^{23}$ = ...;
c) $7^8 \cdot 7^{25}$; d) $2^{31} \cdot 2^9$; e) $6^5 \cdot 6^{37}$; f) $4^{28} \cdot 4^{13}$.

3. Transformaţi numerele naturale în puteri şi apoi efectuaţi înmulţirile:

a) $2^{20} \cdot 16 =$ ....; b) $3^{25} \cdot 27 =$ ....;
c) $32 \cdot 2^{43}$; d) $81 \cdot 3^{50}$; e) $6^{48} \cdot 36$; f) $125 \cdot 5^{39}$.

4. Efectuaţi, scriind rezultatul sub formă de putere:

a) $2^2 \cdot 2^{10} \cdot 2^{11} =$ ....; b) $3^5 \cdot 3^7 \cdot 3^{29} =$...;
c) $13 \cdot 13^8 \cdot 13^{51}$; d) $17 \cdot 17^6 \cdot 17^{46}$; e) $11 \cdot 11^5 \cdot 11^{37}$; f) $19 \cdot 19^6 \cdot 19^{34}$.

5. Efectuaţi, aplicând regulile de calcul cu puteri:

a) $2^{25} : 2^7 =$ ....; b) $3^{36} : 3^9 =$ ....;
c) $5^{40} : 5^{10}$; d) $6^{39} : 6^{18}$; e) $7^{50} : 7^{22}$; f) $9^{49} : 9^{20}$.

6. Transformaţi numerele naturale în puteri şi apoi efectuaţi împărţirile:

a) $2^{25} : 8 =$ ....; b) $3^{40} : 9 =$ ....;
c) $3^{62} : 81$; d) $2^{29} : 64$; e) $6^{31} : 36$; f) $5^{27} : 125$.

7. Efectuaţi, aplicând regulile de calcul cu puteri:

a) $(11^8)^5 =$ ....; b) $(13^{10})^6 =$ ....;
c) $(17^6)^{15}$; d) $(19^4)^{12}$; e) $(23^7)^{10}$; f) $(31^6)^{12}$.

8. Efectuaţi, scriind rezultatul sub formă de putere:

a) $[(5^6)^5]^3 =$ ....; b) $[(7^3)^2]^5 =$..;
c) $[(15^3)^2]^8$; d) $[(19^3)^4]^2$; e) $[(11^4)^2]^5$; f) $[(13^5)^3]^2$.

9. Efectuaţi, scriind rezultatul sub formă de putere:

a) $(2^5 \cdot 2^{10}) : 2^7 =$ ....; b) $(3^4 \cdot 3^{18}) : 3^9 =$ ....;
c) $(5^{11} \cdot 5^6) : 5^5$; d) $(7^8 \cdot 7^{22}) : 7^9$; e) $6^{40} : (6^3 \cdot 6^{21})$; f) $4^{51} : (4^{24} \cdot 4^7)$.

10. Efectuaţi, aplicând regulile de calcul cu puteri:

a) $(3^4 \cdot 3^9)^2 =$ ....; b) $(5^2 \cdot 5^8)^3 =$...;
c) $(2^7 \cdot 2^8)^3$; d) $(5^4 \cdot 5^6)^4$; e) $(7^2 \cdot 7^9)^6$; f) $(6^2 \cdot 6^7)^5$.

Exerciţii şi probleme de dificultate medie

11. Calculaţi, folosind regulile de calcul cu puteri:

a) $(5 \cdot 5^{12}) : (5^2)^3$; b) $(3^{43} \cdot 3) : (3^5)^5$; c) $(2^{71} \cdot 2) : (2^7)^8$;
d) $(7 \cdot 7^{19}) : (7^3)^4$; e) $(2^7)^3 : (2 \cdot 2^{10})$; f) $(6^5)^6 : (6 \cdot 6^{18})$.

12. Efectuaţi, scriind rezultatul sub formă de putere:

a) $(7^{10})^5 : (7 \cdot 7^{12} \cdot 7^{18})$; b) $(2^{15} \cdot 2^{17} \cdot 2) : (2^7)^3$; c) $(5^8)^6 : (5^{10} \cdot 5^{13} \cdot 5)$;
d) $[(3^6)^3]^5 : (3 \cdot 3^{10})^6$; e) $(7^2 \cdot 7^{12})^5 : [(7^2)^3]^5$; f) $(2 \cdot 2^{19})^4 : [(2^6)^3]^2$.

13. Arătaţi că următoarele numere naturale sunt pătrate perfecte:

a) 5^{54}; b) 7^{58}; c) 4^{53}; d) 9^{29};
e) 17^{26}; f) 25^{31}; g) 13^{34}; h) 49^{27}.

14. Arătaţi că următoarele numere naturale sunt cuburi perfecte (numărul natural a se numeşte **cub perfect** dacă există un număr natural b, astfel încât $a = b^3$):

a) 3^{69}; b) 4^{51}; c) 8^{61}; d) 5^{21};
e) 19^{33}; f) 17^{42}; g) 27^{28}; h) 64^{23}.

15. Efectuaţi, scriind rezultatul sub formă de putere:

a) $(2^2 \cdot 2^3 \cdot 2^{10})^4 : (8^2)^5$; b) $(3^2 \cdot 3^4 \cdot 3^{10})^5 : (9^3)^6$;
c) $(2 \cdot 2^2 \cdot 2^3)^{10} : (32^2)^3$; d) $(3 \cdot 3^2 \cdot 3^4)^9 : (27^5)^2$.

16. Efectuaţi, scriind rezultatul sub formă de putere:

a) $(10^3 \cdot 10^7)^2 : (25^2)^4$; b) $(15^4 \cdot 15^6)^4 : (27^3)^2$;
c) $(21 \cdot 21^{49})^2 : (49^5)^3$; d) $(14 \cdot 14^{14})^4 : (64^3)^2$.

17. Arătaţi că următoarele numere sunt pătrate perfecte:

a) $2^{21} + 2^{18}$; b) $3^{24} + 3^{25}$; c) $5^{37} - 5^{36}$;
d) $2^{22} - 2^{21} + 2^{18}$; e) $3^{29} - 3^{27} + 3^{26}$; f) $2^{26} + 2^{24} + 2^{20}$.

18. Scrieţi următoarele numere naturale ca sumă de două pătrate perfecte:

a) 13^{21}; b) 29^{25}; c) 53^{31}; d) 61^{53}.

19. Scrieţi numărul natural n ca sumă de trei pătrate perfecte în următoarele cazuri:

a) $n = 41^{23}$; b) $n = 59^{37}$; c) $n = 65^{41}$; d) $n = 83^{55}$.

20. Scrieţi următoarele numere naturale ca sumă de două cuburi perfecte:

a) 28^{25}; b) 35^{31}; c) 65^{19}; d) 72^{16}.

21. Aflaţi câte cifre are numărul natural n în următoarele cazuri:

a) $n = 2^{10} \cdot 5^7$; b) $n = 2^8 \cdot 5^{10}$; c) $n = 2^{13} \cdot 5^9$; d) $n = 2^{11} \cdot 5^{14}$.

22. Arătaţi că pentru orice număr natural n, următoarele numere naturale sunt pătrate perfecte:

a) $2^{2n+2} \cdot 5^{2n}$; b) $2^{2n} \cdot 5^{2n+2}$; c) $2^{2n} \cdot 3^{2n+4}$; d) $3^{2n+6} \cdot 7^{2n}$.

Exerciţii şi probleme de dificultate avansată

23. Arătaţi că numărul natural n nu este pătrat perfect în următoarele cazuri:

a) $n = 2^1 + 2^2 + 2^3 + \ldots + 2^{53}$; b) $n = 2^0 + 2^1 + 2^2 + \ldots + 2^{62}$.

24. Arătaţi că numărul 10^n, unde n este număr natural diferit de 0, se poate scrie ca sumă de două numere naturale pătrate perfecte.

25. Se consideră numărul $n = 3^1 \cdot 3^2 \cdot 3^3 \cdot ... \cdot 3^{101}$. Este posibil ca înlocuind unul sau mai multe dintre semnele „ · ” cu semnul „ : ”, numărul natural n să devină pătrat perfect? Justificaţi răspunsul.

Ce notă merit?
Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

(3p) **1.** Calculaţi folosind regulile de calcul cu puteri:
a) $(2^{37} : 2^{17})^2 : 2^{35}$; b) $(3^{11})^3 : (3^{11} \cdot 3^{19})$; c) $(7 \cdot 7^{19})^3 : 7^{58}$.

(3p) **2.** Se consideră numărul natural $n = (5 \cdot 5^2 \cdot 5^3)^7 : (25^3)^7$. Calculaţi n^{2017}.

(3p) **3.** Este posibil ca ştergând unul dintre factorii produsului $p = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10$, acesta să devină pătrat perfect? Justificaţi răspunsul.

Lecţia 14. Compararea puterilor

Citesc şi reţin

Pentru a **compara** două puteri, folosim următoarele reguli de comparare:

1. Puteri cu aceeaşi bază

Oricare ar fi numerele naturale a, m şi n, $a \geq 2$, dacă $m \geq n$, atunci $a^m \geq a^n$.

2. Puteri cu acelaşi exponent

Oricare ar fi numerele naturale nenule a, b şi m, dacă $a \geq b$, atunci $a^m \geq b^m$.

3. Puteri cu baze diferite şi exponenţi diferiţi

Pentru a compara două puteri care au bazele diferite şi exponenţii diferiţi se transformă cele două puteri (dacă este posibil) în puteri cu aceeaşi bază, sau în puteri cu acelaşi exponent şi apoi se compară după regulile enunţate mai sus.

Cum se aplică?

1. Comparaţi puterile:

a) 7^{91} şi 7^{93}; b) 5^{61} şi 3^{61}.

Soluţie:

a) $7^{91} < 7^{93}$, deoarece $91 < 93$; b) $5^{61} > 3^{61}$, deoarece $5 > 3$.

2. Comparaţi puterile:

a) 4^{17} şi 8^{11}; b) 2^{21} şi 3^{14}.

Soluţie:

a) Se transformă puterile în puteri cu aceeaşi bază:

$4^{17} = (2^2)^{17} = 2^{2\cdot 17} = 2^{34}$, $8^{11} = (2^3)^{11} = 2^{3\cdot 11} = 2^{33}$, deci $4^{17} > 8^{11}$;

b) Se transformă puterile în puteri cu acelaşi exponent:

$2^{21} = 2^{3\cdot 7} = (2^3)^7 = 8^7$, $3^{14} = 3^{2\cdot 7} = (3^2)^7 = 9^7$, deci $2^{21} < 3^{14}$.

3. Comparaţi următoarele numere naturale:

a) $3\cdot 2^{25}$ şi 2^{26}; b) 5^{15} şi $6\cdot 3^{21}$.

Soluţie:

a) $2^{26} = 2^{1+25} = 2\cdot 2^{25}$, deci $3\cdot 2^{25} > 2\cdot 2^{25}$, prin urmare $3\cdot 2^{25} > 2^{26}$;

b) $5^{15} = 5^{1+14} = 5\cdot 5^{14} = 5\cdot 5^{2\cdot 7} = 5\cdot (5^2)^7 = 5\cdot 25^7$; $6\cdot 3^{21} = 6\cdot 3^{3\cdot 7} = 6\cdot (3^3)^7 = 6\cdot 27^7$, deci $5\cdot 25^7 < 6\cdot 27^6$, prin urmare $5^{15} < 6\cdot 3^{21}$.

Ştiu să rezolv

Exerciţii şi probleme de dificultate minimă

1. Încercuiţi litera corespunzătoare răspunsului corect. Dintre două puteri care au aceeaşi bază este mai mare puterea care are:

A. exponentul mai mare; B. exponentul mai mic.

2. Încercuiţi litera corespunzătoare răspunsului corect. Dintre două puteri care au acelaşi exponent este mai mare puterea care are:

A. baza mai mică; B. baza mai mare.

3. Dintre semnele „<” şi „>”, scrieţi-l în casetă pe cel corespunzător:

a) $2^{17} \square 2^{19}$; b) $3^{27} \square 3^{26}$; c) $5^{41} \square 5^{42}$; d) $7^{33} \square 7^{31}$;
e) $11^{60} \square 11^{62}$; f) $13^{53} \square 13^{50}$; g) $17^{91} \square 17^{89}$; h) $19^{27} \square 19^{29}$.

4. Dintre semnele „<” şi „>”, scrieţi-l în casetă pe cel corespunzător:

a) $2^{19} \square 3^{19}$; b) $5^{20} \square 4^{20}$; c) $5^{31} \square 7^{31}$; d) $9^{31} \square 7^{31}$;
e) $10^{47} \square 11^{47}$; f) $15^{61} \square 13^{61}$; g) $23^{40} \square 21^{40}$; h) $19^{31} \square 17^{31}$.

5. Comparaţi următoarele numere naturale:

a) 2^{53} şi $3 \cdot 2^{52}$; b) 3^{46} şi $2 \cdot 3^{45}$; c) 5^{31} şi $4 \cdot 5^{30}$; d) 7^{29} şi $5 \cdot 7^{28}$;
e) 5^{61} şi $4 \cdot 5^{60}$; f) 6^{53} şi $7 \cdot 6^{52}$; g) $8 \cdot 7^{23}$ şi 7^{24}; h) $3 \cdot 5^{59}$ şi 5^{60}.

g)

6. Comparaţi următoarele puteri transformându-le în puteri cu aceeaşi bază:

a) 4^{25} şi 2^{51}; b) 8^{20} şi 2^{55}; c) 3^{43} şi 9^{21}; d) 2^{60} şi 16^{15};
e) 3^{62} şi 27^{21}; f) 5^{70} şi 25^{35}; g) 64^{23} şi 4^{70}; h) 81^{10} şi 3^{39}.

h)

7. Comparaţi următoarele puteri transformându-le în puteri cu acelaşi exponent:

a) 2^{30} şi 5^{15}; b) 3^{24} şi 7^{12}; c) 2^{30} şi 7^{10}; d) 2^{51} şi 9^{17};
e) 23^{13} şi 5^{26}; f) 7^{34} şi 47^{17}; g) 2^{44} şi 17^{11}; h) 25^{14} şi 3^{42}.

h)

Exerciţii şi probleme de dificultate medie

8. Comparaţi următoarele numere naturale:

a) 10^{32} şi 100^{17}; b) 1000^{9} şi 10^{26}; c) 100^{8} şi 1000^{6}; d) 10^{21} şi 10000^{5}.

9. Comparaţi puterile:

a) 16^{10} şi 8^{13}; b) 9^{36} şi 27^{25}; c) 32^{10} şi 4^{24}; d) 81^{12} şi 9^{25};
e) 11^{31} şi 121^{15}; f) 125^{7} şi 25^{10}; g) 32^{11} şi 128^{8}; h) 81^{10} şi 27^{14}.

10. Comparaţi următoarele numere naturale:

a) 3^{10} şi 2^{15}; b) 3^{21} şi 5^{14}; c) 5^{15} şi 2^{35}; d) 11^{14} şi 5^{21};
e) 2^{51} şi 3^{34}; f) 5^{20} şi 3^{30}; g) 2^{49} şi 5^{21}; h) 2^{63} şi 11^{18}.

11. Stabiliţi care număr este mai mare:

a) 5^{33} sau $4 \cdot 25^{16}$; b) 3^{25} sau $2 \cdot 27^{8}$; c) $3 \cdot 16^{21}$ sau 2^{86}; d) 3^{45} sau $5 \cdot 81^{11}$.

12. Stabiliţi care număr este mai mic:

a) $7 \cdot 2^{33}$ sau 3^{24}; b) 5^{35} sau $3 \cdot 2^{68}$; c) 2^{81} sau $3 \cdot 5^{34}$; d) 11^{27} sau $3 \cdot 5^{40}$.

13. Comparaţi următoarele numere naturale:

a) $2^{11} \cdot 5^{10}$, 10^{11}; b) $3^{14} \cdot 5^{15}$, 15^{15}; c) $2^{17} \cdot 7^{16}$, 14^{16}; d) 21^{25}, $3^{24} \cdot 7^{25}$;
e) $4^{11} \cdot 5^{22}$, 10^{22}; f) 15^{23}, $9^{12} \cdot 5^{23}$; g) $8^{9} \cdot 5^{28}$, 10^{27}; h) $7^{35} \cdot 8^{12}$, 14^{36}.

14. Comparaţi următoarele numere naturale:

a) 3^{73}, 2^{74}; b) 2^{59}, 5^{58}; c) 5^{39}, 2^{41}; d) 2^{49}, 3^{47};
e) 5^{34}, 3^{35}; f) 2^{76}, 7^{73}; g) 7^{31}, 3^{32}; h) 2^{48}, 5^{43}.

15. Scrieţi în ordine crescătoare următoarele numere naturale:

a) 4^{31}, 8^{21}, 16^{15}; b) 27^{13}, 3^{37}, 9^{18}; c) 8^{17}, 32^{10}, 2^{48}; d) 81^{11}, 9^{21}, 3^{41}.

16. Scrieţi în ordine crescătoare următoarele numere naturale:

a) 2^{75}, 5^{30}, 3^{45}; b) 2^{93}, 7^{31}, 3^{62}; c) 2^{77}, 11^{22}, 5^{33}; d) 2^{69}, 11^{23}, 3^{46}.

17. Comparaţi numerele naturale x şi y în următoarele cazuri:

a) $x = 3^{39}$, $y = 2^{57} + 2^{58}$; b) $x = 3^{53}$, $y = 5^{34} + 5^{35}$;
c) $x = 5^{31} - 5^{30}$, $y = 2^{72}$; d) $x = 2^{53} - 2^{49}$, $y = 11^{15}$.

Exerciţii şi probleme de dificultate avansată

18. Comparaţi numerele naturale $a = 2^{90} + 3^{60}$ şi $b = 5^{39}$.

19. Determinaţi numerul natural n, $n \neq 0$, pentru care are loc egalitatea:

$$2^0 + 2^1 + 2^2 + \ldots + 2^{n+1} = 5^0 + 5^1 + 5^2 + \ldots + 5^{n-1}.$$

20. Aflaţi câte cifre are numărul:

a) 3^{40}; b) 2^{49}.

Ce notă merit?
Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

(3p) **1.** Comparaţi numerele naturale:

a) 25^{13} şi 5^{27}; b) 16^{11} şi 8^{14}; c) 2^{33} şi 3^{22}.

(3p) **2.** Scrieţi în ordine crescătoare următoarele numere naturale: 27^8, 49^6, 16^9.

(3p) **3.** Comparaţi numerele naturale $a = 3^{33}$ şi $b = 5^{20} + 5^{22}$.

Lecţia 15. Scrierea numerelor naturale în baza 10. Scrierea numerelor naturale în baza 2

Citesc şi reţin

Orice număr natural scris în baza zece se poate scrie ca o sumă de produse de doi factori, unul dintre factori fiind o cifră a numărului, iar celălalt factor fiind o putere a lui 10. Această scriere se numeşte **descompunerea în baza 10** a numărului respectiv. Această scriere, împreună cu operaţiile de adunare, scădere, înmulţire, împărţire şi ridicare la putere formează **sistemul de numeraţie zecimal**. Numărul natural 10 se numeşte **baza** sistemului de numeraţie zecimal.

Un număr natural de trei cifre scris în baza 10 se notează $\overline{abc}_{(10)}$, $a \neq 0$, iar descompunerea lui în baza 10 este următoarea: $\overline{abc}_{(10)} = a \cdot 10^2 + b \cdot 10^1 + c \cdot 10^0$. Acest mod de scriere se poate aplica la un număr natural de oricâte cifre dorim.

Scrierea numerelor naturale cu ajutorul cifrelor 0 şi 1 se numeşte **scriere în baza 2** sau **scriere în sistemul de numeraţie binar**. În sistemul de numeraţie binar, două unităţi de un anumit ordin formează o unitate de ordin imediat superior. Numărul natural 2 se numeşte **baza** sistemului de numeraţie binar.

Cum se aplică?

1. Descompuneţi în baza 10 următoarele numere naturale:

a) 78; b) 105.

Soluţie:

a) $78 = 7 \cdot 10^1 + 8 \cdot 10^0$; b) $105 = 1 \cdot 10^2 + 0 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0$.

2. Scrieţi în baza 10 următoarele numere naturale:

a) $4 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^1 + 6 \cdot 10^0$; b) $9 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^1 + 4 \cdot 10^0$.

Soluţie:

a) $4 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^1 + 6 \cdot 10^0 = 426$;

b) $9 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^1 + 4 \cdot 10^0 = 9 \cdot 10^3 + 0 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10^1 + 4 \cdot 10^0 = 9034$.

3. Arătaţi că:

a) $34_{(10)} = 100010_{(2)}$; b) $100110_{(2)} = 38_{(10)}$.

Soluţie:

a) 34 : 2 = 17, rest 0; 17 : 2 = 8, rest 1; 8 : 2 = 4, rest 0; 4 : 2 = 2, rest 0; 2 : 2 = 1, rest 0.

Scriind ultimul cât şi resturile obţinute de la dreapta la stânga, obţinem scrierea în baza 2 a numărului natural 34, prin urmare $34_{(10)} = 100010_{(2)}$;

b) $100110_{(2)} = 1 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = 1 \cdot 32 + 1 \cdot 4 + 1 \cdot 2 = 38_{(10)}$.

Ştiu să rezolv

Exerciţii şi probleme de dificultate minimă

1. Stabiliţi valoarea de adevăr a următoarelor propoziţii:

a) $45 = 4 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0$; ☐ b) $62 = 2 \cdot 10^1 + 6 \cdot 10^0$; ☐ c) $81 = 8 \cdot 10^1 + 1 \cdot 10^0$. ☐

2. Stabiliţi valoarea de adevăr a următoarelor propoziţii:

a) $385 = 3 \cdot 10^2 + 8 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0$; $\square$ b) $7026 = 7 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^1 + 6 \cdot 10^0$; $\square$

c) $4009 = 4 \cdot 10^3 + 9 \cdot 10^0$; $\square$ d) $80100 = 8 \cdot 10^5 + 1 \cdot 10^2$. $\square$

3. Descompuneţi în baza 10 următoarele numere naturale:

a) 24; b) 53; c) 64; d) 75; e) 92; f) $\overline{ab}, a \neq 0$.

f)

4. Fără a efectua calculele, scrieţi următoarele numere naturale în baza 10:

a) $5 \cdot 10^1 + 4 \cdot 10^0 = \square\square$ b) $3 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^0 = \square\square$ c) $8 \cdot 10^1 + 6 \cdot 10^0 = \square\square$

d) $4 \cdot 10^1 + 8 \cdot 10^0 = \square\square$ e) $6 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0 = \square\square$ f) $9 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0 = \square\square$

5. Descompuneţi în baza 10 următoarele numere naturale:

a) 285; b) 342; c) 407; d) 563; e) 801; f) $\overline{abc},\ a \neq 0$.

f)

6. Fără a efectua calculele, scrieţi următoarele numere naturale în baza 10:

a) $2 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^0 = \square\square\square$ b) $4 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^1 + 8 \cdot 10^0 = \square\square\square$

c) $6 \cdot 10^2 + 9 \cdot 10^1 + 2 \cdot 10^0 = \square\square\square$ d) $3 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^1 + 6 \cdot 10^0 = \square\square\square$

7. Descompuneţi în baza 10 următoarele numere naturale:

a) 2249; b) 3085; c) 81092; d) 60107; e) 5208; f) $\overline{abcd},\ a \neq 0$.

f)

8. Arătaţi că:

a) $6_{(10)} = 110_{(2)}$; b) $7_{(10)} = 111_{(2)}$; c) $8_{(10)} = 1000_{(2)}$; d) $9_{(10)} = 1001_{(2)}$.

d)

9. Stabiliţi valoarea de adevăr a următoarelor propoziţii:

a) $100_{(2)} = 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = 4_{(10)}$; $\square$ b) $101_{(2)} = 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 9_{(10)}$; $\square$

c) $110_{(2)} = 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = 6_{(10)}$; $\square$ d) $101_{(2)} = 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 5_{(10)}$. $\square$

Exerciţii şi probleme de dificultate medie

10. Completaţi tabelul următor:

Numărul scris în baza 10	12	14	15	17	19
Numărul scris în baza 2					

11. Treceţi din baza 10 în baza 2 următoarele numere naturale:

a) 21; b) 23; c) 25; d) 26; e) 24; f) 27; g) 28; h) 29.

12. Treceţi în baza 10 următoarele numere naturale:

a) $10111_{(2)}$; b) $11011_{(2)}$; c) $11100_{(2)}$; d) $11101_{(2)}$.

13. Scrieţi în baza 2 pătratele următoarelor numere naturale:

a) $1100_{(2)}$; b) $1001_{(2)}$; c) $1110_{(2)}$; d) $1011_{(2)}$.

14. Scrieţi în baza 2 cuburile următoarelor numere naturale:
a) $1010_{(2)}$; b) $1101_{(2)}$; c) $1110_{(2)}$; d) $1111_{(2)}$.

15. Determinaţi cifra x, $x \neq 0$, din următoarele egalităţi:
a) $\overline{1x3} + \overline{25x} = 397$; b) $\overline{4x1} + \overline{2x7} = 668$; c) $\overline{x08} + \overline{15x} = 865$.

16. Determinaţi numărul natural $\overline{xy}$, $x \neq 0$, din următoarele egalităţi:
a) $\overline{4xy} + \overline{1xy} = 598$; b) $\overline{xy2} + \overline{3xy} = 709$; c) $\overline{xy5} + \overline{xy8} = 473$.

17. Determinaţi numerele naturale $\overline{ab}$, $a \neq 0$ şi $b \neq 0$, care îndeplinesc condiţia:
$$\overline{ab} = \left(\overline{aa} + \overline{bb}\right) : 2.$$

18. Determinaţi numărul natural $\overline{ab}$, $a \neq 0$, $b \neq 0$ şi $a > b$, care îndeplineşte condiţia:
$$\overline{ab} - \overline{ba} = a \cdot b + a + b.$$

19. Determinaţi numărul natural $\overline{xy}$, $x \neq 0$, care îndeplineşte condiţia:
$$\overline{xy} = x(y + 2) + y(x - 4).$$

20. Determinaţi numărul natural $\overline{abc}$, $a \neq 0$, $b \neq 0$, $c \neq 0$, care îndeplineşte condiţia:
$$\overline{abc} = \overline{aa} + \overline{bb} + \overline{cc}.$$

21. Determinaţi numărul natural $\overline{ab}$, $a \neq 0$, $b \neq 0$, ştiind că suma $\overline{ab} + \overline{ba}$ este un număr natural pătrat perfect.

22. Determinaţi numerele naturale $\overline{abcd}$ cu $a \neq 0$ şi $b \neq 0$, care îndeplinesc condiţia: dacă se şterge cifra a, devin de cinci ori mai mici.

Exerciţii şi probleme de dificultate avansată

23. Determinaţi numărul natural pătrat perfect $\overline{abcdcd}$, unde $\overline{cd} = 4\overline{ab}$, $a \neq 0$, $c \neq 0$.

24. Se consideră numărul natural $a = \underbrace{111...1}_{n \text{ cifre}}$, scris în baza 2. Determinaţi numărul natural n, ştiind că a scris în baza 10 este cel mai mic număr natural de patru cifre diferite.

25. Determinaţi numerele naturale $\overline{abc}$, cu $a \neq 0$, $b \neq 0$ şi $c \neq 0$, care îndeplinesc condiţia $\overline{abc} - \overline{cba} = \overline{ab} + \overline{bc} + \overline{ca}$.

(I. Tudor, *Supliment Gazeta Matematică* nr. 10/2018)

Ce notă merit?
Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

(3p) **1.** Descompuneţi în baza 10 următoarele numere naturale:
a) 68; b) 405; c) 2191.

(3p) **2.** a) Treceţi din baza 10 în baza 2 numărul 31.
b) Treceţi în baza 10 numărul natural $11101_{(2)}$.

(3p) **3.** Se consideră numerele naturale, scrise în baza 10, $m = \overline{ab} + \overline{bc} + \overline{ca}$ şi $n = \overline{ac} + \overline{cb} + \overline{ba}$, unde $a \neq 0$, $b \neq 0$ şi $c \neq 0$. Arătaţi că $m = n$.

Teste de evaluare sumativă

Testul 1

Se acordă 1 punct din oficiu.

(2p) **1.** Calculaţi:

a) 3^3; b) 2^4.

(2p) **2.** Fără a efectua calculele, scrieţi următoarele numere naturale în baza 10:

a) $4 \cdot 10^4 + 8 \cdot 10^3 + 7$; b) $2 \cdot 10^5 + 9 \cdot 10^2 + 5$.

(1p) **3.** Aflaţi rezultatul calculului: $(2^3)^7 : 4^9 + 3^0$.

(1p) **4.** Arătaţi că numărul $5^n + 13$, unde n este număr natural, nu este pătrat perfect.

(1p) **5.** Determinaţi numărul natural $\overline{xy}$, $x \neq 0$, pentru care este adevărată egalitatea $\overline{6xy} + \overline{xy7} = 926$.

(2p) **6.** Scrieţi în ordine crescătoare următoarele numere naturale: 11^{10}, 2^{35} şi 5^{15}.

Testul 2

Se acordă 1 punct din oficiu.

(2p) **1.** Calculaţi:

a) 5^2; b) 2^5.

(2p) **2.** Treceţi din baza 10 în baza 2 următoarele numere naturale:

a) 11; b) 24.

(1p) **3.** Aflaţi rezultatul calculului: $(3 \cdot 3^5)^7 - 27^{14}$.

(1p) **4.** Arătaţi că numărul natural $n = 2016^2 + 2016 + 2017$ este pătrat perfect.

(1p) **5.** Scrieţi în ordine descrescătoare următoarele numere naturale: 8^{19}, 4^{29} şi 16^{14}.

(2p) **6.** Scrieţi numărul natural 3^{71} ca sumă de trei numere naturale consecutive.

Testul 3

Se acordă 1 punct din oficiu.

(2p) **1.** Calculaţi:

a) $7^2 - 8^0$; b) $2^6 - 6^2$.

(2p) **2.** Treceţi în baza 10 următoarele numere naturale:

a) $10001_{(2)}$; b) $101011_{(2)}$.

(1p) **3.** Aflaţi rezultatul calculului: $10^2 - (7^3 \cdot 7^3)^3 : 49^8$.

(1p) **4.** Arătaţi că numărul natural $n = 3^{19} - 3^{17} + 3^{16}$ este pătrat perfect.

(1p) **5.** Comparaţi numerele naturale $x = 3^{51}$ şi $y = 5^{34}$.

(2p) **6.** Arătaţi că numărul 5^{101} se poate scrie ca sumă de două numere naturale pătrate perfecte.

Fişă pentru portofoliul elevului

Numele şi prenumele:
Clasa a V-a
Capitolul: Numere naturale
Se acordă 10 puncte din oficiu.

I. Dacă propoziţia este adevărată, subliniaţi litera A, iar dacă propoziţia este falsă, subliniaţi litera F.

(7p) **1.** Ştiind că $2^n = 32$, atunci $n = 5$. A F
(7p) **2.** Cel mai mic număr natural pătrat perfect de trei cifre este 100. A F
(7p) **3.** Numerele naturale 27^4 şi 81^3 sunt egale. A F

II. Completaţi spaţiile punctate cu răspunsul corect.

(7p) **1.** Numărul natural $19_{(10)}$ trecut în baza 2 se scrie ....
(7p) **2.** Numărul natural $10110_{(2)}$ trecut în baza 10 se scrie....................................... .
(7p) **3.** Rezultatul calcului $(5 \cdot 5^2)^3 : 5^7$ este egal cu ....

III. Încercuiţi litera corespunzătoare singurului răspuns corect.

(8p) **1.** Numărul natural $a = 2^{10} \cdot 5^8$ scris în baza 10 are:
A. 9 cifre; B. 10 cifre; C. 11 cifre; D. 8 cifre.

(8p) **2.** Comparând numerele naturale $m = 3^{59}$ şi $n = 5^{39}$, obţinem:
A. $m \leq n$; B. $m < n$; C. $m > n$; D. $m \geq n$.

(8p) **3.** Numărul natural $n = 2^{12} + 2^{15} + 2^{16}$ este pătratul numărului natural:
A. 240; B. 320; C. 360; D. 272.

La exerciţiile IV. şi V. scrieţi pe fişă rezolvările complete.

IV. *(8p)* Determinaţi numerele naturale $\overline{ab}$, $a \neq 0$, $b \neq 0$, care verifică condiţia $\overline{ab} - \overline{ba} = ab + 3$.

V. Se consideră numărul natural $n = 3^0 + 3^1 + 3^2 + ... + 3^{101}$. Determinaţi restul împărţirii:
(8p) a) $n : 81$;
(8p) b) $n : 13$.

Lecţia 16. Ordinea efectuării operaţiilor şi folosirea parantezelor

Citesc şi reţin

Reamintim: adunarea şi scăderea sunt operaţii de **ordinul I**, înmulţirea şi împărţirea sunt operaţii de **ordinul II**, iar ridicarea la putere este operaţie de de **ordinul III**.

În efectuarea operaţiilor dintr-un exerciţiu vom utiliza următoarele reguli:

1. Dacă un exerciţiu conţine numai operaţii de acelaşi ordin, acestea se efectuează în ordinea în care sunt scrise, de la stânga la dreapta.

2. Dacă un exerciţiu conţine operaţii de ordine diferite, efectuăm:

– mai întâi operaţiile de ordinul III (ridicarea la putere);

– apoi operaţiile de ordinul II (înmulţirea şi împărţirea);

– apoi operaţiile de ordinul I (adunarea şi scăderea).

3. Dacă un exerciţiu conţine mai multe tipuri de paranteze, efectuăm mai întâi operaţiile din parantezele rotunde; parantezele pătrate se transformă în paranteze rotunde, iar acoladele se transformă în paranteze pătrate ş.a.m.d.

Cum se aplică?

1. Efectuaţi:

a) $2^4 – 24 : 3$; b) $81 : 3^2 + 57$; c) $29^2 – 2^3 \cdot 29$.

Soluţie:

a) $2^4 – 24 : 3 = 16 – 8 = 8$; b) $81 : 3^2 + 57 = 81 : 9 + 57 = 9 + 57 = 66$;

c) $29^2 – 2^3 \cdot 29 = 29(29 – 2^3) = 29(29 – 8) = 29 \cdot 21 = 609$.

2. Calculaţi:

a) $(7^2 + 35) \cdot 10$; b) $10^2 : (77 – 6^3 : 8)$; c) $[(7 \cdot 7^2)^3 : 7^7 + 7^0] : 5$.

Soluţie:

a) $(7^2 + 35) \cdot 10 = (49 + 35) \cdot 10 = 84 \cdot 10 = 840$;

b) $10^2 : (77 – 6^3 : 8) = 100 : (77 – 216 : 8) = 100 : (77 – 27) = 100 : 50 = 2$;

c) $[(7 \cdot 7^2)^3 : 7^7 + 7^0] : 5 = [(7^3)^3 : 7^7 + 1] : 5 = (7^9 : 7^7 + 1) : 5 = (7^2 + 1) : 5 = (49 +$ $+ 1) : 5 = 50 : 5 = 10$.

3. Calculaţi: $10^3 \cdot [(5^{12} + 4 \cdot 5^{12}) : 25^5 – 11^0]$.

Soluţie:

$10^3 \cdot [(5^{12} + 4 \cdot 5^{12}) : 25^5 – 11^0] = 1000 \cdot \{[5^{12}(1 + 4)] : (5^2)^5 – 1\} = 1000 \cdot [(5^{12} \cdot 5) :$ $: 5^{10} – 1] = 1000 \cdot (5^{13} : 5^{10} – 1) = 1000 \cdot (5^3 – 1) = 1000 \cdot 124 = 124000$.

Ştiu să rezolv

Exerciţii şi probleme de dificultate minimă

1. Calculaţi:

a) $51 \cdot 10 + 352$; b) $85 \cdot 10 – 607$; c) $10 \cdot 69 – 584$;

d) $4349 + 25 \cdot 100$; e) $5607 – 100 \cdot 42$; f) $7804 – 59 \cdot 100$.

f)

2. Calculaţi:

a) $9 \cdot 1000 - 43 \cdot 10$; b) $723 \cdot 10 - 7 \cdot 1000$; c) $53 \cdot 100 + 4 \cdot 1000$.

c)

3. Calculaţi:

a) $56 \cdot 24 + 700$; b) $75 \cdot 31 - 800$; c) $94 \cdot 45 + 600$.

c)

4. Calculaţi:

a) $12^2 - 2^3 \cdot 13$; b) $15^2 - 19 \cdot 3^2$; c) $18^2 - 5^2 \cdot 12$.

c)

5. Calculaţi:

a) $20^2 - 80 : 2^4$; b) $16^2 - 72 : 2^3$; c) $18^2 - 75 : 5^2$.

c)

6. Calculaţi:

a) $(12 \cdot 6 + 7 \cdot 20) \cdot 10$; b) $(23 \cdot 8 - 16 \cdot 3) \cdot 10$;
c) $(15 \cdot 6 - 12 \cdot 7) \cdot 100$; d) $100 \cdot (36 \cdot 3 + 15 \cdot 5)$.

d)

7. Calculaţi:

a) $10 \cdot (35 \cdot 23 + 28 \cdot 17)$; b) $10 \cdot (46 \cdot 25 - 24 \cdot 16)$;
c) $(59 \cdot 14 + 65 \cdot 28) \cdot 100$; d) $(33 \cdot 68 - 27 \cdot 42) \cdot 100$.

d)

8. Calculaţi:

a) $(5^0 + 5^1 + 5^2 + 5^3) : 2^2$; b) $(7^0 + 7^1 + 7^2 - 3^2) : 2^4$;
c) $(2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + 3^2) : 2^2$; d) $(3^0 + 3^1 + 3^2 + 3^3 - 2^3) : 2^3$.

b)

9. Calculaţi:

a) $5 \cdot [100 - 6 \cdot (60 - 15 \cdot 3)]$; b) $4 \cdot [10 \cdot (21 \cdot 5 - 85) - 93]$;
c) $[90 + 8 \cdot (16 \cdot 3 - 32)] \cdot 17$; d) $8 \cdot [25 \cdot (78 - 19 \cdot 4) - 35]$.

d)

10. Calculaţi:

a) $10^2 : (35 - 15^2 : 9)$; b) $10^2 : (38 - 12^2 : 8)$; c) $10^2 : (74 - 14^2 : 4)$;
d) $10^3 : (9 + 12^2 : 9)$; e) $10^3 : (8 + 16^2 : 8)$; f) $10^3 : (14 + 18^2 : 9)$.

f)

Exerciţii şi probleme de dificultate medie

11. Calculaţi:

a) $(3^3 \cdot 13 + 13^2) : 2^3$; b) $(5^3 \cdot 25 - 25^2) : 5^2$; c) $(7^2 \cdot 31 + 31^2) : 2^4$;
d) $(26^2 + 2^6 \cdot 26) : 3^2$; e) $(18^2 + 6^2 \cdot 18) : 3^3$; f) $(11^2 + 4^3 \cdot 11) : 5^2$.

12. Calculaţi:

a) $10 \cdot [36 \cdot 3 - 5 \cdot (72 - 12 \cdot 5)]$; b) $[27 \cdot 5 + 4 \cdot (14 \cdot 7 - 34)] \cdot 10$;
c) $[44 \cdot 5 + 9 \cdot (87 - 19 \cdot 3)] \cdot 10$; d) $10 \cdot [65 \cdot 6 - (35 \cdot 4 - 40) \cdot 3]$.

13. Calculaţi:

a) $\{1 + [25 - 3 \cdot (12 \cdot 4 - 43)] \cdot 5\} \cdot 4$; b) $6 \cdot \{[(75 - 5 \cdot 13) \cdot 5 - 43] \cdot 7 + 1\}$.

14. Calculaţi:

a) $[9^2 + 9 \cdot (5^2 - 3 \cdot 2^3 + 7)] : 3^2$; b) $10^2 : [(2^2 + 2^3) : 12 + 3^3 : 3]$;
c) $[7^{23} \cdot (1 + 7^0 + 5^3 : 25)] : 7^{22}$; d) $[2^0 + 2^1 + 3^{14} : (3 \cdot 3^{12})]^2 : 3^2$.

15. Calculaţi:

a) $[(5^5 \cdot 5^{20}) : 5^{22} - 5^2 : 5] : 2^3$; b) $[(7^{11} \cdot 7^{23}) : 7^{33} + 7^0] : 2^3$;
c) $[2^3 + (2^7 \cdot 2^8 \cdot 2^{23})^2 : 2^{70}] : 3^2$; d) $[10^2 - (6^{30} \cdot 6^{21})^5 : 6^{253}] : 2^5$.

16. Calculaţi:

a) $\{[(45 \cdot 5 + 175) \cdot 2 - 300] \cdot 15 - 75 \cdot 4\} \cdot 4 - 6795$;
b) $5 \cdot \{25 \cdot 8 - [221 - (56 \cdot 4 - 213) \cdot 11] \cdot 2\} + 597$.

17. Calculaţi:

a) $[7^2 + (2 \cdot 5^4 : 10 - 3^4) : 2^2] : 2^2$; b) $[6^2 + (7 \cdot 2^6 : 14 + 2^2) : 3^2] : 2^3$;
c) $[(5 \cdot 3^3 : 15 + 2^4) \cdot 2^2 - 5^2] : 5^2$; d) $[(7 \cdot 3^7 : 63 + 7^0) : 2^2 + 3^3] : 2^3$.

18. Calculaţi:

a) $5^3 : [2^5 - (7 \cdot 2^7 : 14 - 7^0) : 3^2]$; b) $6^2 : [4^2 - (5 \cdot 3^5 : 15 - 5^0) : 2^3]$;
c) $[11^2 + (9^2 - 5 \cdot 7^3 : 35) : 2^3] : 5^2$; d) $3^4 : [2^7 - (4 \cdot 5^5 : 20 - 5^3) : 2^2]$.

19. Calculați:

a) $[(7^2)^{11} \cdot 7^3] : [7^{23} \cdot (6^0 + 36^{12} : 6^{23})]$;
b) $[(3 - 4^{15} : 8^{10})^{17} \cdot 16^2] : (2 \cdot 2^2 \cdot 4^2)^3$;
c) $[5^{21} : (1 + 8^{10} : 4^{14})^{19} - 1] : (4^{15} : 8^9)$;
d) $[(7 - 2^5 \cdot 8^7 : 4^{13}) : 3 + 1]^{49} : [(9^2)^3]^4$.

20. Calculați:

a) $10^2 \cdot [(3^{17} + 2 \cdot 3^{17})^2 : 27^{11} + 45^0)]$;
b) $[(6 \cdot 5^{10} - 5^{10})^3 : 25^{15} - 47^0] \cdot 10^3$;
c) $[3^{44} : (3^{10} + 3^{10} + 3^{10})^4 + 7^0]^{51} : 2^{50}$;
d) $27^7 : [(2^{13} + 2^{13} + 2^{14})^3 : 64^7 + 1]^{10}$.

21. Arătați că numărul natural $n = 21^3 + \{[(2 \cdot 4 \cdot 8 \cdot 16 \cdot 32)^3 : 2^{39} - 2^0] : 3^2\}^3$ este pătrat perfect.

22. Treceți din baza 10 în baza 2 numărul natural $a = [(5 \cdot 5^2 \cdot 5^3)^4 : 125^7 - 5^2]^3 : 25^3$.

23. Arătați că numărul natural $n = 2^{14} + [(6^5 + 2 \cdot 6^5 + 3 \cdot 6^5) : 9^3 + 2^6]^4 : 4^7$ este cub perfect.

Exerciții și probleme de dificultate avansată

24. Se consideră numărul natural $a = \left[\left(2^7\right)^{11}\right]^{13} : \left[\left(2^0 + 2^1 + 2^2 + \ldots + 2^{1000}\right) + 1000^0\right]$. Calculați a^{2019}.

25. Aflați câte cifre are numărul natural $n = 2(3^0 + 3^1 + 3^2 + \ldots + 3^{19})$, scris în baza 10.

Ce notă merit?
Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

(3p) **1.** Efectuați:
a) $10 \cdot (3^4 - 576 : 12)$; b) $(7^{13} : 7^{11} - 7^0) : 2^4$; c) $(225 : 5^2 + 5^0)^3 : 10^2$.

(3p) **2.** Arătați că rezultatul calculului $[(5 \cdot 2^5 : 10 + 3^2)^7 : 5^{10} - 20^2] : 3^2$ este un număr natural pătrat perfect.

(3p) **3.** Calculați n^{2017}, unde $n = \{3^{13} : [(3 \cdot 2^{20} - 2^{20})^2 : 16^{10} - 2^0]^{11} + 3^0\} : 10$.

Lecția 17. Metode aritmetice de rezolvare a problemelor de matematică

Citesc și rețin

În această lecție încercăm să oferim modalități de abordare în activitatea de rezolvare a problemelor de matematică pentru câteva categorii de probleme grupate în raport cu metoda de rezolvare.

Cum se aplică?

1. Știind că 4 pâini de același fel cântăresc 1400 g, aflați cât cântăresc 5 pâini de același fel.

Soluție: **(Se aplică metoda reducerii la unitate)**

O pâine cântărește 1400 g : 4 = 350 g. 5 pâini cântăresc 350 g · 5 = 1750 g.

2. Dacă 6 caiete şi 4 pixuri costă 16 lei, iar 3 caiete şi 4 pixuri costă 10 lei, calculaţi suma de bani necesară pentru a cumpăra 5 caiete şi 3 pixuri.

***Soluţie:* (Se aplică metoda comparaţiei)**

Ordonăm datele problemei:

6 caiete .... 4 pixuri .... 16 lei,
3 caiete .... 4 pixuri .... 10 lei.

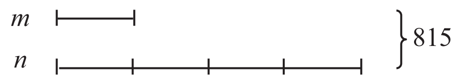
Analizând datele problemei, ajungem la concluzia că diferenţa dintre sumele de bani se datorează diferenţei dintre numerele de caiete, prin urmare 3 caiete costă 6 lei, de unde rezultă că un caiet costă 2 lei. Luând în considerare prima situaţie, rezultă că cele 6 caiete costă 12 lei, deci cele 4 pixuri costă 16 lei – 12 lei = 4 lei, iar un pix costă 1 leu.

Suma necesară pentru a cumpăra 5 caiete şi 3 pixuri este egală cu $5 \cdot 2$ lei + $3 \cdot 1$ leu = 13 lei.

3. Suma a două numere naturale *m* şi *n* este egală cu 815. Aflaţi cele două numere, ştiind că *n* este de 4 ori mai mare decât *m*.

***Soluţie:* (Se aplică metoda figurativă)**

Utilizând datele problemei, obţinem următoarea reprezentare grafică:



Din reprezentarea grafică rezultă că valoarea totală a celor 5 segmente egale este 815.

Primul număr, *m*, este format dintr-un singur segment, deci $m = 815 : 5$ şi obţinem $m = 163$.

Al doilea număr, *n*, este de 4 ori mai mare decât *m*, deci $n = 4 \cdot m = 4 \cdot 163$ şi obţinem $n = 652$.

4. Dacă la dublul numărului de bănci dintr-un parc se adaugă 8 bănci, iar rezultatul se împarte la 5, se obţin 20 de bănci. Câte bănci sunt în parc?

***Soluţie:* (Se aplică metoda mersului invers)**

Numărul de bănci care se împarte la 5 pentru a se obţine 20 de bănci este egal cu $5 \cdot 20 = 100$ bănci. Numărul de bănci la care se adaugă 8 pentru a se obţine 100 de bănci este egal cu $100 - 8 = 92$ bănci. Numărul băncilor din parc, care dublat este egal cu 92, este $92 : 2 = 46$ bănci.

5. Pentru a plăti suma de 740 lei, s-au folosit bancnote de 10 lei şi de 50 lei, în total fiind 22 de bancnote. Aflaţi numărul bancnotelor de 10 lei, respectiv de 50 lei care s-au folosit.

***Soluţie:* (Se aplică metoda falsei ipoteze)**

Dacă presupunem că s-ar fi folosit numai bancnote de 10 lei, atunci s-ar fi plătit suma de $22 \cdot 10$ lei = 220 lei, dar în realitate s-a plătit suma de 740 lei, deci cu 740 lei – 220 lei = 520 lei mai mult, diferenţa provenind din faptul că s-au folosit şi bancnote de 50 lei. Pentru fiecare bancnotă de 50 lei care înlocuieşte o bancnotă de 10 lei este o diferenţă de 50 lei – 10 lei = 40 lei, deci numărul bancnotelor de 50 lei este egal cu câtul împărţirii $520 : 40 = 13$. Numărul bancnotelor de 10 lei este $22 - 13 = 9$.

Ştiu să rezolv

Metoda reducerii la unitate

1. Un autobuz a făcut 3 curse pe acelaşi traseu, parcurgând distanţa de 105 km. Calculaţi lungimea traseului respectiv.

2. Marius a citit un roman de 240 de pagini în 5 zile, citind acelaşi număr de pagini în fiecare zi. Calculaţi numărul de pagini citite de Marius în primele 3 zile.

3. Matei a cules în 8 zile cantitatea de 280 kg de mere, culegând aceeaşi cantitate în fiecare zi. Ce cantitate de mere a cules Matei în primele 5 zile?

4. Ştiind că 4 pahare de iaurt cântăresc 700 g, aflaţi cât cântăresc 9 pahare de iaurt de acelaşi fel.

5. Cantitatea de 450 kg de prune a fost depozitată în 30 de lădiţe de acelaşi fel. Ştiind că o lădiţă goală cântăreşte 1 kg, aflaţi cât cântăresc 7 lădiţe cu prune.

6. Dacă pentru 5 aspiratoare s-a plătit suma de 1250 lei, calculaţi suma necesară pentru a cumpăra 7 aspiratoare identice.

7. Ştiind că 6 televizoare de acelaşi fel au costat 8700 lei, calculaţi suma necesară pentru a cumpăra 4 astfel de televizoare.

Metoda comparaţiei

8. Alina a cumpărat 2 caiete şi 3 pixuri cu suma de 8 lei, iar Maria a cumpărat 3 caiete şi 3 pixuri cu suma de 9 lei. Calculaţi preţul unui caiet şi preţul unui pix.

9. Dacă 4 becuri de iluminat şi 5 întrerupătoare electrice costă 34 lei, iar 4 becuri de iluminat şi 1 întrerupător electric costă 10 lei, calculaţi preţul unui bec.

10. Dacă 2 cămăşi şi 6 tricouri costă 250 lei, iar 2 cămăşi şi 1 tricou costă 125 lei, calculaţi preţul unui tricou.

11. Ştiind că 7 ciocolate şi 5 cutii cu bomboane costă 73 de lei, iar 2 ciocolate şi 5 cutii cu bomboane costă 53 de lei, aflaţi suma necesară pentru a cumpăra 8 cutii cu bomboane.

12. Ştiind că 4 bilete de tren şi 15 bilete de autobuz costă 130 lei, iar 4 bilete de tren şi 2 bilete de autobuz costă 104 lei, calculaţi suma de bani necesară pentru a cumpăra 3 bilete de tren şi 12 bilete de autobuz.

13. Dacă 19 periuţe de dinţi şi 8 săpunuri costă 252 lei, iar 3 periuţe de dinţi şi 8 săpunuri costă 60 lei, calculaţi suma de bani necesară pentru a cumpăra 10 periuţe de dinţi şi 7 săpunuri.

14. Trei pâini şi cinci batoane cântăresc 1525 g, iar trei pâini şi opt batoane cântăresc 1900 g. Aflaţi cât cântăreşte o pâine şi cât cântăreşte un baton.

Metoda figurativă

15. O sticlă cu apă plată şi o cutie cu bomboane au costat 10 lei. Ştiind că preţul sticlei cu apă plată este de 4 ori mai mic decât preţul cutiei cu bomboane, calculaţi preţul sticlei cu apă şi preţul cutiei cu bomboane.

16. O bară cu lungimea de 124 dm trebuie tăiată în două bucăţi, una mai mare decât cealaltă cu 34 dm. Care este lungimea fiecărei bucăţi?

17. O librărie a vândut în luna august de 4 ori mai puţine caiete decât în luna septembrie. Ştiind că în cele două luni librăria a vândut 405 caiete, calculaţi numărul de caiete vândute în fiecare lună.

18. În două rezervoare sunt 700 ℓ de apă. Ştiind că într-unul din rezervoare cantitatea de apă este mai mare cu 28 ℓ decât dublul cantităţii de apă din celălalt rezervor, aflaţi cantităţile de apă din fiecare rezervor.

19. Dan şi Radu sunt fraţi şi au cheltuit împreună suma de 75 lei. Aflaţi ce sumă de bani a cheltuit fiecare, ştiind că suma cheltuită de Radu este cu 17 lei mai mică decât triplul sumei de bani cheltuite de Dan.

20. Un camion a făcut într-o zi două curse, parcurgând distanţa de 100 km. Ştiind că distanţa parcursă la prima cursă este cu 25 km mai mare decât un sfert din distanţa parcursă la cursa următoare, calculaţi distanţele parcurse de camion la fiecare cursă.

21. Suma a trei numere naturale a, b şi c este egală cu 900. Aflaţi cele trei numere, ştiind că b este de 3 ori mai mare decât a şi cu 25 mai mic decât c.

Metoda mersului invers

22. Dacă la triplul vârstei Ioanei se adaugă 11 ani, obţinem 47 de ani. Calculaţi vârsta Ioanei.

23. Dacă dublul numărului de elevi din clasa a V-a A se împarte la 10, iar rezultatul se măreşte cu 13, obţinem 18 elevi. Aflaţi câţi elevi sunt în clasa a V-a A.

24. Dacă din triplul cantităţii de struguri recoltate într-o săptămână se scad 2 tone, iar rezultatul se împarte la 5, obţinem 5 tone. Calculaţi cantitatea de struguri recoltată în săptămâna respectivă.

25. Un grup de turişti a parcurs cu autocarul un traseu turistic în două zile. Ştiind că în prima zi a parcurs o treime din lungimea traseului, iar a doua zi restul de 352 km, calculaţi lungimea traseului turistic.

26. Ştefan a rezolvat tema la matematică în trei zile. În prima zi a rezolvat jumătate din temă, în ziua următoare a rezolvat un sfert din temă, iar în ultima zi restul de 5 probleme. Aflaţi câte probleme avea tema lui Ştefan.

27. De 1 Martie, George a oferit mărţişoare tuturor colegelor de clasă. Aflaţi câte fete sunt în clasa lui George, ştiind că dacă mărim cu 15 numărul mărţişoarelor oferite de acesta, iar rezultatul se împarte la 7, obţinem 4 mărţişoare.

28. Radu a plecat la cumpărături având o sumă de bani. El a cumpărat un penar care costa 12 lei, apoi cu jumătate din suma rămasă a cumpărat un tricou şi a observat că suma pe care o mai avea era egală cu preţul a cinci mingi de acelaşi fel care se vindeau cu 13 lei bucata. Aflaţi suma de bani cu care Radu a plecat la cumpărături.

Metoda falsei ipoteze

29. La ora de chimie, cei 24 de elevi ai unei clase au fost împărţiţi în 7 grupe, unele de câte 3 elevi şi altele de câte 4 elevi. Aflaţi numărul grupelor cu 3 elevi şi numărul grupelor cu 4 elevi.

30. O cofetărie a aranjat cele 74 de savarine scoase la vânzare pe 13 platouri, unele cu câte 5 savarine şi altele cu câte 8 savarine. Aflaţi numărul platourilor cu câte 5 savarine şi numărul platourilor cu câte 8 savarine.

31. La un depozit de alimente s-a primit cantitatea de 265 kg de orez ambalat în 15 saci, unii de 15 kg şi alţii de 20 kg. Aflaţi numărul sacilor de 15 kg şi numărul sacilor de 20 kg.

32. Înainte de teză, unii dintre elevii clasei a V-a E aveau câte 4 note la matematică, iar ceilalţi aveau câte 5 note, în total 104 note. Ştiind că în clasă sunt 23 de elevi, aflaţi câţi dintre aceştia au câte 4 note şi câţi au câte 5 note.

33. Pentru masa de prânz, la o cantină, s-au pregătit 30 de mese, unele cu câte 4 scaune, altele cu câte 6 scaune. Ştiind că în total s-au folosit 140 de scaune, aflaţi numărul meselor cu câte 4 scaune şi numărul meselor cu câte 6 scaune.

34. Ilinca a citit într-o săptămână un roman de 280 de pagini, citind în unele zile câte 35 de pagini, iar în alte zile câte 42 de pagini. Calculaţi numărul de zile în care Ilinca a citit câte 35 de pagini şi numărul de zile în care a citit câte 42 de pagini.

35. Pentru a plăti suma de 1150 lei s-au folosit bancnote de 50 lei şi bancnote de 200 lei, în total fiind 11 bancnote. Aflaţi numărul bancnotelor de 50 lei, respectiv de 200 lei care s-au folosit.

Ce notă merit?
Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

(3p) **1.** Dacă patru becuri de iluminat costă 52 de lei, aflaţi cât costă cinci becuri de iluminat de acelaşi fel.

(3p) **2.** Elevii clasei a V-a au recoltat în luna iulie 372 kg de fructe: mere şi pere. Cantitatea de mere este de trei ori mai mare decât cantitatea de pere. Care sunt cantităţile de mere şi de pere recoltate de elevi?

(3p) **3.** Pe scara unui bloc de locuinţe sunt 16 apartamente, unele cu 2 camere şi altele cu 3 camere. Ştiind că cele 16 apartamente au în total 36 de camere, aflaţi numărul apartamentelor cu 2 camere şi numărul apartamentelor cu 3 camere.

Teste de evaluare sumativă

Testul 1

Se acordă 1 punct din oficiu.

(2p) **1.** Calculaţi:
a) $67 + 75 : 5$; b) $92 - 6 \cdot 13$.

(2p) **2.** Calculaţi:
a) $10 \cdot (3^4 : 9 + 2^0)$; b) $(8 \cdot 2^4 - 2^3) : 10$.

(1p) **3.** Dacă 7 caiete de matematică costă 14 lei, calculaţi suma necesară pentru a cumpăra 5 caiete de acelaşi fel.

(1p) **4.** Arătaţi că numărul $n = [(5^3)^7 : (1 + 2^2)^{10} - 5^{10}] : 5^2$ este pătrat perfect.

(1p) **5.** Două mingi de handbal şi patru mingi de fotbal costă 102 lei, iar două mingi de handbal şi şapte mingi de fotbal costă 156 lei. Aflaţi preţul unei mingi de handbal.

(2p) **6.** Se consideră numărul natural $a = [2^2 \cdot 3 + (11^2 - 7^0) : 2^3]^7 : 9^{10}$. Calculaţi $675 : a^3$.

Testul 2

Se acordă 1 punct din oficiu.

(2p) **1.** Calculaţi:
a) $4 \cdot 10^3 + 73 \cdot 10$; b) $10 \cdot 91 - 8 \cdot 10^2$.

(2p) **2.** Calculaţi:
a) $(2 \cdot 6 \cdot 15 - 7^0) : 3^2$; b) $(80 : 5 : 4 + 6)^2 \cdot 8$.

(1p) **3.** Dacă triplul numărului elevilor din clasa a V-a A se împarte la 5, iar rezultatul se micşorează cu 5, obţinem 10 elevi. Aflaţi câţi elevi sunt în clasa a V-a A.

(1p) **4.** Aflaţi rezultatul calculului: $2^{21} : [(3^3 \cdot 5 : 15 + 7^0)^5 : 10^3 - 6^2]^3 + 79$.

(1p) **5.** Radu a parcurs un traseu turistic în trei zile. În prima zi a parcurs jumătate din lungimea traseului, în ziua următoare a parcurs jumătate din rest, iar în ultima zi a parcurs ultimii 135 km. Calculaţi lungimea traseului turistic.

(2p) **6.** Treceţi în baza 2 numărul natural:
$$n = [3^3 + (3^9 \cdot 4 - 3^9) : 9^4 - 3^0] : [(5 \cdot 5^2 \cdot 5^3)^4 : 5^{23}].$$

Testul 3

Se acordă 1 punct din oficiu.

(2p) **1.** Calculaţi:
a) $96 : 4^2 - 5^0$; b) $7 + 12^2 : 9$.

(2p) **2.** Calculaţi:
a) $(36 \cdot 24 + 36) : 100$; b) $(25 \cdot 51 - 25) : 100$.

(1p) **3.** Ştefan a cheltuit o sumă de 595 lei în două zile. Ştiind că a doua zi a cheltuit cu 25 lei mai mult decât dublul sumei de bani cheltuite în ziua precedentă, calculaţi suma de bani cheltuită de Ştefan a doua zi.

(1p) **4.** Aflaţi rezultatul calculului $191 - [(7^2 + 7^0)^2 : 10^2 - 2^4]^7 : 3^{13}$.

(1p) **5.** Suma de 950 lei a fost plătită cu 13 bancnote, unele de 50 lei şi altele de 100 lei. Aflaţi numărul bancnotelor de 50 lei şi numărul bancnotelor de 100 lei.

(2p) **6.** Calculaţi n^{2019}, ştiind că $n = [(11^2 - 11) : 11] : [2^2 + (3 \cdot 2^6 : 12 + 2^5) : 2^3]$.

Fişă pentru portofoliul elevului

Numele şi prenumele:
Clasa a V-a
Capitolul: Numere naturale
Se acordă 10 puncte din oficiu.

I. Dacă propoziţia este adevărată, subliniaţi litera A, iar dacă propoziţia este falsă, subliniaţi litera F.

(7p) **1.** Rezultatul calculului $64 \cdot 3 - 91 : 7$ este egal cu 179. A F
(7p) **2.** Dacă şase penare de acelaşi fel costă 84 lei, un penar costă 14 lei. A F
(7p) **3.** Rezultatul calculului $10^3 - 10^2 - 10$ este egal cu 890. A F

II. Completaţi spaţiile punctate cu răspunsul corect.

(7p) **1.** Rezultatul calculului $[8 \cdot (73 - 5 \cdot 10) - 154] : 10$ este egal cu ....
(7p) **2.** Dintr-o bară metalică cu lungimea de 5 m se obţin două bare, una dintre ele cu lungimea de 4 ori mai mare decât lungimea celeilalte. Bucata mai mare are lungimea de ....
(7p) **3.** Rezultatul calculului $10^2 : \left[\left(5^7 \cdot 5^{10}\right)^2 : 25^{16}\right]$ este egal cu ....

III. Încercuiţi litera corespunzătoare singurului răspuns corect.

(8p) **1.** Dacă şapte cornuri cu ciocolată şi patru batoane cântăresc 1475 g, iar trei cornuri cu ciocolată şi patru batoane cântăresc 975 g, atunci un baton cântăreşte:
A. 205 g; B. 165 g; C. 175 g; D. 150 g.

(8p) **2.** Se consideră numărul $a = 2^2 \cdot \left[\left(3^3 + 7 \cdot 3^7 : 63\right) : 3^3 - 7^0\right]$. Numărul natural a trecut în baza 2 se scrie:
A. 100100; B. 110100; C. 111100; D. 100011.

(8p) **3.** La dublul vârstei Ioanei se adaugă 34 ani, iar rezultatul se împarte la 3, obţinându-se astfel vârsta la care Ioana va deveni majoră. Vârsta Ioanei este:
A. 10 ani; B. 12 ani; C. 14 ani; D. 16 ani.

La exerciţiile IV. şi V. scrieţi pe fişă rezolvările complete.

IV. *(8p)* La un meci de volei au asistat 321 de spectatori, adulţi şi copii. Preţul unui bilet pentru adulţi a fost de 5 lei, iar preţul unui bilet pentru copii a fost de 3 lei. Ştiind că suma încasată din vânzarea biletelor a fost de 1365 lei, aflaţi câţi adulţi şi câţi copii au asistat la meciul de volei.

V. Se consideră numărul $n = \left\{\left(2^{14} - 2^{13} + 2^{12}\right)^3 : \left[43 - \left(1008 : 18 + 2^3\right)^2 : 4^4\right] + 2^{36}\right\} : 4^{17}$.

(8p) a) Arătaţi că numărul natural n este cub perfect.
(8p) b) Câte cifre are numărul natural n^{10}?

Model de test pentru Evaluarea Națională
Capitolul: Numere naturale

PARCUL DIN CURTEA ȘCOLII

În cadrul activităţilor extracurriculare, elevii clasei a V-a au participat la amenajarea parcului din curtea şcolii, unde s-au plantat pomi fructiferi şi plante ornamentale.

Pentru a răspunde la cerinţele 1-3, citiţi următorul text:

Pomii fructiferi care s-au plantat au fost din speciile: măr, păr, prun şi cireş. În tabelul următor sunt precizate informaţii despre numărul pomilor fructiferi plantaţi din fiecare specie.

Specia	Măr	Păr	Prun	Cireş
Nr. de pomi	9	5	3	4

Încercuiţi litera corespunzătoare răspunsului corect.

1. Conform informaţiilor din tabel, specia de pom fructifer care se exprimă printr-un număr natural par este:

A. Măr; B. Cireş; C. Prun; D. Păr.

2. Conform informaţiilor din tabel, numărul prunilor este mai mic decât numărul merilor de:

A. 5 ori; B. 4 ori; C. 3 ori; D. 2 ori.

3. Conform informaţiilor din tabel, numărul total de pomi fructiferi plantaţi este egal cu:

A. 25; B. 19; C. 24; D. 21.

Pentru a răspunde la cerinţele 4-6, citiţi următorul text:

Pomii fructiferi plantaţi în curtea şcolii au fost cumpăraţi de la un supermarket pentru suma de 308 lei. Se ştie că prunii au costat 39 lei, perii au costat cu 36 lei mai mult, iar preţul unui măr este egal cu jumătate din preţul unui prun şi al unui păr la un loc.

4. Calculaţi preţul unui păr.

5. Calculaţi preţul unui măr.

6. Aflaţi cu cât este mai mare preţul unui cireş decât preţul unui prun.

Pentru a răspunde la cerinţele 7-9, citiţi următorul text:

Pe marginea aleilor care străbat parcul din curtea şcolii au fost sădiţi trandafiri albi, trandafiri roşii şi trandafiri galbeni. Se ştie că numărul trandafirilor albi este cel mai mare, numărul trandafirilor galbeni este cel mai mic, iar dacă împărţim numărul trandafirilor albi, numărul trandafirilor roşii şi numărul trandafirilor galbeni la 13, de fiecare dată obţinem câtul de 4 ori mai mic decât restul.

7. Calculaţi numărul trandafirilor albi care au fost sădiţi în curtea şcolii.

8. Calculaţi numărul trandafirilor roşii care au fost sădiţi în curtea şcolii.

9. Calculaţi numărul total de trandafiri care au fost sădiţi în curtea şcolii.

Capitolul II
DIVIZIBILITATEA NUMERELOR NATURALE

Lecţia 18. Divizor. Multiplu

Citesc şi reţin

Definiţie: Spunem că un număr natural a **se divide** cu numărul natural b dacă există un număr natural c, astfel încât $a = b \cdot c$.

Numărul a se numeşte **multiplu** al lui b, iar b se numeşte **divizor** al lui a.

Vom scrie: $b \mid a$ şi citim „b **divide** pe a” sau $a \vdots b$ şi citim „a **se divide** cu b”.

Definiţii:

1. Divizorii 1 şi a ai numărului natural a se numesc **divizori improprii**.

2. Divizorii numărului natural a diferiţi de 1 şi a, în cazul în care există, se numesc **divizori proprii**.

Cum se aplică?

1. Arătaţi că 30 de trandafiri se pot planta pe rânduri de câte 6 exemplare şi apoi completaţi spaţiile punctate cu răspunsul corect.

a) Deoarece 30 se împarte exact la 6, spunem că 6 este ......divizor......... al lui 30.

b) Deoarece 30 se împarte exact la 6, spunem că 30 este ....multiplu........... al lui 6.

Soluţie:

Deoarece 30 : 6 = 5, rezultă că cei 30 de trandafiri se pot planta pe 5 rânduri de câte 6 trandafiri.

2. Arătaţi că 5 elevi pot transporta la bibliotecă în mod egal 65 de manuale şi apoi stabiliţi valoarea de adevăr a următoarelor propoziţii:

a) $65 \vdots 5$; b) $65 \mid 5$; c) $5 \mid 65$; d) $5 \vdots 65$.

Soluţie:

Deoarece 65 : 5 = 13, rezultă că fiecare elev a transportat câte 13 manuale la bibliotecă, prin urmare valorile de adevăr ale propoziţiilor sunt:

a) A; b) F; c) A; d) F.

3. a) Scrieţi divizorii numărului natural 81.

b) Scrieţi multiplii mai mici decât 47 ai numărului natural 15.

Soluţie:

a) 1, 3, 9, 27, 81. b) 0, 15, 30, 45.

Ştiu să rezolv

Exerciţii şi probleme de dificultate minimă

1. Arătaţi că pe 3 rafturi pot fi depozitate în mod egal 24 de borcane cu dulceaţă şi apoi completaţi spaţiile punctate cu răspunsul corect.

a) Deoarece 24 se împarte exact la 3, spunem că 3 este .... al lui 24.

b) Deoarece 24 se împarte exact la 3, spunem că 24 este .... al lui 3.

2. Arătaţi că cei 28 de elevi ai clasei pot fi împărţiţi în grupe de 4 elevi şi apoi completaţi spaţiile punctate cu răspunsul corect.

a) Deoarece 28 se împarte exact la 4, spunem că 28 este .... al lui 4.
b) Deoarece 28 se împarte exact la 4, spunem că 4 este .... al lui 28.

3. Citiţi următoarele propoziţii şi precizaţi divizorul şi multiplul în fiecare caz:

a) 4 | 24; b) 75 ⋮ 5; c) 9 | 54; d) 63 ⋮ 7;
e) 57 ⋮ 19; f) 13 | 65; g) 90 ⋮ 15; h) 16 | 80.

4. Arătaţi că 72 de ghivece cu flori pot fi împărţite în mod egal în 9 săli de clasă şi apoi stabiliţi valoarea de adevăr a următoarelor propoziţii:

a) 72 ⋮ 9; ☐ b) 9 ⋮ 72; ☐ c) 72 | 9; ☐ d) 9 | 72. ☐

5. Arătaţi că o carte cu 91 de pagini de text poate fi citită într-o săptămână, citind acelaşi număr de pagini în fiecare zi, şi apoi stabiliţi valoarea de adevăr a următoarelor propoziţii:

a) 7 | 91; ☐ b) 7 ⋮ 91; ☐ c) 91 | 7; ☐ d) 91 ⋮ 7. ☐

6. Stabiliţi valoarea de adevăr a propoziţiilor:

a) 2 | 4; ☐ b) 3 | 6; ☐ c) 6 ⋮ 4; ☐ d) 9 ⋮ 3; ☐
e) 10 ⋮ 5; ☐ f) 4 | 12; ☐ g) 21 ⋮ 5; ☐ h) 7 | 35. ☐

7. Completaţi tabelul următor:

Numărul	4	9	6	8
Divizorii				

8. Scrieţi divizorii următoarelor numere naturale:

a) 10; b) 14; c) 15; d) 21; e) 35; f) 45.

d)	f)

9. Completaţi spaţiile punctate cu divizorii improprii ai următoarelor numere naturale:

a) 61 ....; b) 124 ....; c) 518 ....; d) 85 ....

10. Scrieţi divizorii proprii ai următoarelor numere naturale:

a) 12; b) 16; c) 18; d) 19; e) 28; f) 30.

c)
f)

11. Scrieţi divizorii următoarelor numere naturale:

a) 20; b) 24; c) 36; d) 60; e) 72; f) 80.

e)
f)

12. Completaţi tabelul următor:

Numărul	2	3	4	5
Multiplii de o cifră				

13. Scrieţi multiplii mai mici decât 31 ai următoarelor numere naturale:

a) 9; b) 8; c) 7; d) 6; e) 5; f) 4.

e)																										
f)																										

14. Scrieţi multiplii de două cifre ai următoarelor numere naturale:

a) 20; b) 25; c) 30; d) 27; e) 18; f) 16.

e)																										
f)																										

15. Scrieţi primii 7 multipli ai următoarelor numere naturale:

a) 10; b) 11; c) 12; d) 13; e) 14; f) 15.

e)																										
f)																										

Exerciţii şi probleme de dificultate medie

16. Arătaţi că:

a) $5^{47} \vdots 25^{15}$; b) $49^{19} \vdots 7^{20}$; c) $9^{10} \mid 27^{13}$; d) $16^{10} \mid 8^{17}$.

17. Precizaţi numărul de divizori pentru următoarele numere naturale:

a) 2^{50}; b) 3^{61}; c) 5^{59}; d) 7^{43}.

18. a) Arătaţi că suma a trei numere naturale consecutive se divide cu 3.

b) Arătaţi că suma a cinci numere naturale consecutive se divide cu 5.

19. Arătaţi că:

a) $(2^{31} + 2^{33}) \vdots 5$; b) $(3^{23} - 3^{21}) \vdots 8$; c) $(2^{50} - 2^{47}) \vdots 7$; d) $(7^{45} + 7^{43}) \vdots 5$.

20. Pentru $x \neq 0$, $y \neq 0$ şi $z \neq 0$, arătaţi că următoarele sume sunt multipli ai lui 11:

a) $\overline{xx} + \overline{yy} + \overline{zz}$; b) $\overline{xy} + \overline{yz} + \overline{zx}$; c) $\overline{xz} + \overline{zy} + \overline{yx}$.

21. Pentru $x \neq 0$, $y \neq 0$ şi $z \neq 0$, arătaţi că următoarele sume sunt multipli ai lui 37:

a) $\overline{xxx} + \overline{yyy} + \overline{zzz}$; b) $\overline{xyy} + \overline{yzz} + \overline{zxx}$; c) $\overline{xyz} + \overline{yzx} + \overline{zxy}$.

22. Ştiind că n este număr natural, arătaţi că numărul:

a) $2^n \cdot 5^{n+1} - 2^{n+1} \cdot 5^n$ este multiplu de 3;

b) $2^n \cdot 3^{n+1} + 2^{n+2} \cdot 3^n$ este multiplu de 7.

23. Determinaţi numărul natural $\overline{abc}$, $a \neq 0$, pentru care numărul $\overline{abcabc}$ este multiplul a şase numere naturale impare consecutive.

Exerciţii şi probleme de dificultate avansată

24. Arătaţi că suma divizorilor numărului natural $n = 2^{123}$ este un multiplu al lui 5.

25. Se consideră numărul natural $a = 7^0 + 7^1 + 7^2 + 7^3 + ... + 7^{399}$. Arătaţi că $a \vdots 10^3$.

Ce notă merit?
Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

(3p) **1.** a) Scrieţi divizorii numărului natural 18.
b) Scrieţi primii 6 multipli ai numărului natural 5.

(3p) **2.** Arătaţi că suma divizorilor numărului natural 36 este un multiplu al lui 7.

(3p) **3.** Care sunt cel mai mic şi cel mai mare divizor propriu ai numărului natural 35^7?

Lecţia 19. Criterii de divizibilitate

Citesc şi reţin

Criteriul de divizibilitate cu 2

Un număr natural este divizibil cu 2 dacă ultima sa cifră este 0, 2, 4, 6 sau 8.

Criteriul de divizibilitate cu 5

Un număr natural este divizibil cu 5 dacă ultima sa cifră este 0 sau 5.

Criteriul de divizibilitate cu 10^n, *n* este număr natural

Un număr natural este divizibil cu 10^n dacă ultimele n cifre ale numărului sunt egale cu 0.

Criteriul de divizibilitate cu 3

Un număr natural este divizibil cu 3 dacă suma cifrelor sale este divizibilă cu 3.

Criteriul de divizibilitate cu 9

Un număr natural este divizibil cu 9 dacă suma cifrelor sale este divizibilă cu 9.

Criteriul de divizibilitate cu 4

Un număr natural este divizibil cu 4 dacă ultimele două cifre ale numărului formează un număr divizibil cu 4.

Cum se aplică?

1. Stabiliţi valoarea de adevăr a propoziţiilor:

a) $2 \mid 7016$; ☐ b) $4360 \vdots 5$; ☐ c) $9028 \vdots 4$; ☐ d) $9 \mid 7641$. ☐

Soluţie:

a) $2 \mid 7016$ (A), deoarece ultima cifră a numărului 7016 este 6, iar $6 \vdots 2$;

b) $4360 \vdots 5$ (A), deoarece ultima cifră a numărului 4360 este 0, iar $0 \vdots 5$;

c) $9028 \vdots 4$ (A), deoarece numărul format cu ultimele două cifre ale numărului 9028 este 28, iar $4 \mid 28$;

d) $9 \mid 7641$ (A), deoarece suma cifrelor numărului 7641 este egală cu $7 + 6 + 4 + 1 = 18$, iar $18 \vdots 9$.

2. Determinaţi cifra x pentru care numărul natural $\overline{2x108}$ este divizibil cu 3.

Soluţie:

$3 \mid \overline{2x108}$, dacă $3 \mid (2 + x + 1 + 0 + 8)$, deci $3 \mid (11 + x)$, de unde rezultă că x poate fi: 1, 4 sau 7.

3. Se consideră numărul natural $a = 6^n + 34$, unde n este număr natural. Arătaţi că $a \vdots 5$.

Soluţie:

Dacă $n = 0$, atunci $a = 6^0 + 34 = 1 + 34 = 35$, iar $35 \vdots 5$, deci $a \vdots 5$. Dacă $n \geq 1$, atunci $u(6^n) = 6$, deci $u(a) = 0$, aşadar $a \vdots 5$, prin urmare dacă n este număr natural, numărul $a \vdots 5$.

Ştiu să rezolv

Exerciţii şi probleme de dificultate minimă

1. Stabiliţi valoarea de adevăr a următoarelor propoziţii:

a) $2 \mid 7104$; ☐ b) $3540 \vdots 2$; ☐ c) $9172 \vdots 2$; ☐ d) $2 \mid 3515$; ☐
e) $51038 \vdots 2$; ☐ f) $2 \mid 30176$; ☐ g) $2 \mid 55119$; ☐ h) $19394 \vdots 2$. ☐

2. Completaţi tabelul următor:

Număr natural divizibil cu 2	De 3 cifre	De 4 cifre	De 5 cifre	De 6 cifre

3. Stabiliţi valoarea de adevăr a următoarelor propoziţii:

a) $3470 \vdots 5$; ☐ b) $9835 \vdots 5$; ☐ c) $1807 \vdots 5$; ☐ d) $4620 \vdots 5$; ☐
e) $5 \mid 16708$; ☐ f) $5 \mid 74485$; ☐ g) $5 \mid 12340$; ☐ h) $5 \mid 22235$. ☐

4. Completaţi tabelul următor:

Număr natural divizibil cu 5	De 3 cifre	De 4 cifre	De 5 cifre	De 6 cifre

5. Stabiliţi valoarea de adevăr a următoarelor propoziţii:

a) $10 \mid 2780$; ☐ b) $10 \mid 2902$; ☐ c) $10 \mid 4555$; ☐ d) $10 \mid 7000$; ☐
e) $29100 \vdots 10$; ☐ f) $23150 \vdots 10$; ☐ g) $40005 \vdots 10$; ☐ h) $12340 \vdots 10$. ☐

6. Completaţi tabelul următor:

Număr natural divizibil cu 10	De 3 cifre	De 4 cifre	De 5 cifre	De 6 cifre

7. Stabiliţi valoarea de adevăr a următoarelor propoziţii:

a) $102 \vdots 3$; ☐ b) $501 \vdots 3$; ☐ c) $471 \vdots 3$; ☐ d) $697 \vdots 3$; ☐
e) $3 \mid 5565$; ☐ f) $3 \mid 1089$; ☐ g) $3 \nmid 1237$; ☐ h) $3 \mid 2897$. ☐

8. Completaţi tabelul următor:

Număr natural divizibil cu 3	De 3 cifre	De 4 cifre	De 5 cifre	De 6 cifre

9. Stabiliţi valoarea de adevăr a următoarelor propoziţii:

a) $512 \vdots 4$; ☐ b) $136 \vdots 4$; ☐ c) $508 \vdots 4$; ☐ d) $750 \vdots 4$; ☐
e) $4 \mid 1234$; ☐ f) $4 \nmid 2756$; ☐ g) $4 \mid 9072$; ☐ h) $4 \mid 5796$. ☐

10. Completaţi tabelul următor:

Număr natural divizibil cu 4	De 3 cifre	De 4 cifre	De 5 cifre	De 6 cifre

11. Stabiliţi valoarea de adevăr a următoarelor propoziţii:

a) $108 \vdots 9$; ☐ b) $278 \vdots 9$; ☐ c) $765 \vdots 9$; ☐ d) $504 \vdots 9$; ☐

e) $9 \nmid 9855$; ☐ f) $9 \mid 7498$; ☐ g) $9 \mid 8388$; ☐ h) $9 \mid 1467$. ☐

12. Completaţi tabelul următor:

Număr natural divizibil cu 9	De 3 cifre	De 4 cifre	De 5 cifre	De 6 cifre

13. Completaţi tabelul, folosind următoarele numere naturale: 207, 428, 520, 400, 1752, 2385, 4797 şi 5001.

Numere divizibile cu 2	
Numere divizibile cu 3	
Numere divizibile cu 4	
Numere divizibile cu 5	
Numere divizibile cu 9	
Numere divizibile cu 10	

14. Dacă propoziţia este adevărată, subliniaţi litera A, iar dacă propoziţia este falsă, subliniaţi litera F.

a) Dacă $3 \mid \overline{abc}$, $a \neq 0$, $c \neq 0$, atunci $3 \mid \overline{cba}$. A F

b) Dacă $4 \mid \overline{abc}$, $a \neq 0$, $c \neq 0$, atunci $4 \mid \overline{cba}$. A F

c) Dacă $9 \mid \overline{abc}$, $a \neq 0$, $c \neq 0$, atunci $9 \mid \overline{cba}$. A F

15. Scrieţi numerele naturale divizibile cu 5 de forma:

a) $\overline{471x}$ ....; b) $\overline{398x}$ ....

Exerciţii şi probleme de dificultate medie

16. Pereţii unei bucătării au fost placaţi cu 2358 plăcuţe de faianţă. Verificaţi dacă plăcuţele pot fi montate pe coloane de câte 9 bucăţi.

17. Pe un stadion de fotbal, la tribuna I sunt 2517 scaune pe un rând, vopsite în culorile drapelului naţional: roşu, galben şi albastru. Precizaţi culoarea ultimului scaun de pe rând.

18. Un gard format din 1308 uluci urmează să fie vopsit. Dacă prima ulucă se vopseşte cu maro, iar următoarele trei cu portocaliu, verificaţi dacă ultima ulucă va fi maro.

19. Verificaţi dacă o cantitate de 183042 kg detergent poate fi ambalată în pungi cu masa de 9 kg.

20. Alarma unui telefon mobil a fost programată să sune la interval de 3 minute, începând cu ora 7 şi 14 minute. Verificaţi dacă alarma ar fi putut astfel suna la ora 9 şi 5 minute.

21. Arătaţi că dacă un număr natural se divide şi cu 2, şi cu 5, atunci numărul respectiv se divide şi cu 10.

22. Determinaţi cifra x pentru care numărul este divizibil cu 3:

a) $\overline{43x}$; b) $\overline{5x3}$; c) $\overline{72x}$; d) $\overline{6x25}$; e) $\overline{7x52}$; f) $\overline{85x2}$.

23. Determinaţi cifra x pentru care numărul este divizibil cu 4:

a) $\overline{732x}$; b) $\overline{503x}$; c) $\overline{695x}$; d) $\overline{810x6}$; e) $\overline{308x8}$; f) $\overline{452x2}$.

24. Scrieţi numerele naturale divizibile cu 9 de forma:

a) $\overline{43x}$; b) $\overline{7x5}$; c) $\overline{8x1}$; d) $\overline{30x2}$; e) $\overline{4x14}$; f) $\overline{87x3}$.

25. Ştiind că n este număr natural, arătaţi că:

a) $5 \mid 6^n + 14$; b) $5 \mid 6^n + 74$; c) $5 \mid 6^n + 29$.

26. Dacă n este număr natural, arătaţi că:

a) $4 \mid 5^n - 1$; b) $5^n + 7 \vdots 4$; c) $4 \mid 5^n + 3$.

27. Arătaţi că restul împărţirii unui număr natural la 3 este egal cu restul împărţirii sumei cifrelor sale la 3.

28. Arătaţi că:

a) $(7^{112} - 4^{102}) \vdots 5$; b) $(3^{207} + 3^{205}) \vdots 10$; c) $(3^{302} - 2^{106}) \vdots 5$.

Exerciţii şi probleme de dificultate avansată

29. Determinaţi numărul natural $\overline{abc}$, cu $a \neq 0$, $b \neq 0$ şi $c \neq 0$, care îndeplineşte condiţia $\overline{abc} = 5abc$.

30. Dacă n este număr natural, arătaţi că:

a) $3 \mid 2^{n+5} \cdot 5^n + 1$; b) $9 \mid 2^n \cdot 5^{n+2} - 7$; c) $3 \mid 2^{n+6} \cdot 5^n - 4$.

Ce notă merit?
Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

(3p) **1.** Completaţi tabelul următor:

Număr natural de 3 cifre divizibil cu 2	
Număr natural de 3 cifre divizibil cu 5	
Număr natural de 3 cifre divizibil cu 10	

(3p) **2.** Scrieţi numerele naturale de forma $\overline{712x}$, divizibile cu:

a) 4; b) 3.

(3p) **3.** Se consideră numărul $a = 2^{n+6} \cdot 5^n - 1$, unde n este număr natural. Arătaţi că $9 \mid a$.

Teste de evaluare sumativă

Testul 1

Se acordă 1 punct din oficiu.

(2p) **1.** Precizaţi divizorii şi multiplii din următoarele notaţii:
a) $63 \vdots 7$; b) $5 \mid 110$.

(2p) **2.** Determinaţi cifra x pentru care numărul natural $\overline{74x}$ este divizibil cu:
a) 5; b) 9.

(1p) **3.** Scrieţi multiplii de două cifre ai numărului natural 24.

(1p) **4.** Determinaţi cel mai mare număr natural de forma $\overline{5x8}$ care are cifrele diferite şi este divizibil cu 4.

(1p) **5.** Arătaţi că numerele naturale de patru cifre divizibile cu 3, care au cifrele pare şi distincte, conţin cifra 0 şi apoi determinaţi cel mai mic şi cel mai mare dintre aceste numere.

(2p) **6.** Se consideră numărul natural $a = 2^{n+4} \cdot 5^n - 1$, unde n este număr natural. Arătaţi că $a \vdots 3$.

Testul 2

Se acordă 1 punct din oficiu.

(2p) **1.** Scrieţi primii patru multipli ai numărului natural:
a) 7; b) 9.

(2p) **2.** Scrieţi cel mai mic număr natural de trei cifre diferite divizibil cu:
a) 2; b) 10.

(1p) **3.** Arătaţi că suma divizorilor numărului natural 32 este multiplu al lui 7.

(1p) **4.** Determinaţi cifra x pentru care numărul $\overline{2x831}$ se divide cu 9.

(1p) **5.** Determinaţi cel mai mare număr natural de forma $\overline{18x2}$ care este divizibil şi cu 3, şi cu 4.

(2p) **6.** Se consideră numărul natural $m = 2^{103} + 3^{101} + 7^{102}$. Arătaţi că m este multiplu de 5.

Testul 3

Se acordă 1 punct din oficiu.

(2p) **1.** Scrieţi divizorii numărului natural:
a) 9; b) 8.

(2p) **2.** Determinaţi cifra x pentru care numărul natural $\overline{41x}$ este divizibil cu:
a) 2; b) 5.

(1p) **3.** Determinaţi cel mai mare număr natural de forma $\overline{59x6}$ care are cifrele diferite şi este divizibil cu 4.

(1p) **4.** Fie a şi b două cifre nenule. Dacă $2 \mid \overline{ab}$ şi $9 \mid \overline{ab}$, arătaţi că $2 \nmid \overline{ba}$.

(1p) **5.** Arătaţi că produsul divizorilor numărului natural 101^{11} este un pătrat perfect.

(2p) **6.** Se consideră numărul natural $a = 3^n \cdot 7^{n+2} - 3^{n+3} \cdot 7^n$, unde n este număr natural. Arătaţi că a este multiplu de 11.

Fişă pentru portofoliul elevului

Numele şi prenumele:
Clasa a V-a
Capitolul: Divizibilitatea numerelor naturale
Se acordă 10 puncte din oficiu.

I. Dacă propoziţia este adevărată, subliniaţi litera A, iar dacă propoziţia este falsă, subliniaţi litera F.

(7p) **1.** Suma divizorilor numărului natural 8 este divizibilă cu 3. A F
(7p) **2.** Multiplii de două cifre ai numărului natural 45 sunt 45 şi 90. A F
(7p) **3.** Cel mai mic număr natural de trei cifre diferite divizibil cu 5 este numărul natural 120. A F

II. Completaţi spaţiile punctate cu răspunsul corect.

(7p) **1.** Numărul natural $\overline{1x4}$ este divizibil cu 9 pentru x = ...
(7p) **2.** Cel mai mare divizor propriu al numărului natural 125 este ....
(7p) **3.** Numărul divizorilor numărului 11^7 este egal cu ....

III. Încercuiţi litera corespunzătoare singurului răspuns corect.

(8p) **1.** Un rond de flori în formă de cerc este delimitat de un rând de pavele de patru culori, montate în ordinea: portocaliu, roşu, verde şi albastru. Ştiind că în total sunt 2176 de pavele, atunci ultima pavelă montată are culoarea:
A. portocaliu; B. roşie; C. verde; D. albastră.

(8p) **2.** Cel mai mare număr natural de forma $\overline{2x51x}$ divizibil cu 3 este:
A. 29519; B. 25515; C. 28518; D. 27517.

(8p) **3.** Se consideră numărul $a = 3^n \cdot 5^{n+2} + 3^{n+3} \cdot 5^n$, unde n este număr natural. Numărul natural a este un multiplu de:
A. 11; B. 13; C. 17; D. 19.

La exerciţiile IV. şi V. scrieţi pe fişă rezolvările complete.

IV. *(8p)* Se consideră numărul $a = 7^n - 2^n$, unde n este număr natural. Arătaţi că $a \vdots 5$.

V. *(8p)* a) Câte numere naturale de patru cifre, cu cifrele impare şi distincte, sunt multipli de 9?
(8p) b) Câte numere naturale de patru cifre, cu cifrele pare şi distincte, sunt divizibile cu 3?

Lecţia 20. Divizori comuni. Cel mai mare divizor comun a două sau mai multor numere naturale

Citesc şi reţin

Definiţie: Numărul natural a, $a \neq 0$, se numeşte **divizor comun** al numerelor naturale b şi c dacă $b \vdots a$ şi $c \vdots a$.

Definiţie: Numărul natural d, $d \neq 0$, este **cel mai mare divizor comun** al numerelor naturale nenule a şi b, dacă îndeplineşte condiţiile:

1. d divide pe a şi d divide pe b;
2. d se divide cu orice divizor comun al numerelor a şi b.

Cum se aplică?

1. Arătaţi că 28 de cărţi de colorat şi 42 de creioane colorate se pot împărţi în mod egal la 14 copii şi apoi completaţi propoziţia următoare cu răspunsul corect.

Deoarece numerele 28 şi 42 se divid cu 14, numărul natural 14 este un ...divizor..... comun al lor.

Soluţie:

Deoarece 28 : 14 = 2 şi 42 : 14 = 3, rezultă că fiecare copil primeşte două cărţi de colorat şi trei creioane colorate.

2. Scrieţi divizorii numerelor naturale 27 şi 45, apoi alegeţi divizorii lor comuni şi precizaţi cel mai mare divizor comun al lor.

Soluţie:

Divizorii lui 27 sunt 1, 3, 9 şi 27, iar divizorii lui 45 sunt 1, 3, 5, 9, 15 şi 45, deci 1, 3 şi 9 sunt divizorii lor comuni, prin urmare cel mai mare divizor comun al lor este 9.

3. Determinaţi cel mai mare număr de rânduri pe care se pot sădi 48 de trandafiri albi şi 72 de trandafiri galbeni, astfel încât pe fiecare rând să existe acelaşi număr de trandafiri albi şi acelaşi număr de trandafiri galbeni.

Soluţie:

Cel mai mare număr de rânduri pe care se pot sădi 48 de trandafiri albi şi 72 de trandafiri galbeni, astfel încât pe fiecare rând să existe acelaşi număr de trandafiri albi şi acelaşi număr de trandafiri galbeni, este egal cu cel mai mare divizor comun al numerelor naturale 48 şi 72; acesta este 24.

Ştiu să rezolv

Exerciţii şi probleme de dificultate minimă

1. Arătaţi că 25 de lalele roşii şi 35 de lalele galbene se pot pune în mod egal în 5 vaze şi apoi completaţi propoziţia următoare cu răspunsul corect.

Deoarece numerele 25 şi 35 se divid cu 5, numărul natural 5 este un .... comun al lor.

2. Arătaţi că 24 de pixuri, 32 de caiete de matematică şi 40 de caiete dictando pot fi împărţite în mod egal la 8 elevi, apoi completaţi propoziţia următoare cu răspunsul corect.

Deoarece numerele 24, 32 şi 40 se divid cu 8, numărul natural 8 este un .... comun al lor.

3. Scrieţi divizorii următoarelor numere naturale şi precizaţi divizorii lor comuni:

a) 10 şi 15; b) 12 şi 18.

b)

4. Scrieţi divizorii următoarelor numere naturale şi precizaţi divizorii lor comuni:

a) 10, 15 şi 20; b) 12, 24 şi 30.

b)

5. Încercuiţi litera corespunzătoare răspunsului corect. Numărul natural 7 este divizor comun al numerelor:

A. 28 şi 35; B. 35 şi 40.

6. Încercuiţi litera corespunzătoare răspunsului corect. Numărul natural 9 este divizor comun al numerelor:

A. 18, 32 şi 45; B. 27, 45 şi 63.

7. Scrieţi divizorii următoarelor numere naturale şi precizaţi c.m.m.d.c. al lor:

a) 24 şi 40; b) 35 şi 42.

a)

8. Încercuiţi litera corespunzătoare singurului răspuns corect. Cel mai mare divizor comun al numerelor 36 şi 54 este:

A. 12; B. 6; C. 9; D. 18.

Exerciţii şi probleme de dificultate medie

9. Completaţi tabelul următor:

Numerele	45 şi 60	54 şi 72	60 şi 72	80 şi 32
c.m.m.d.c.				

10. Scrieţi divizorii următoarelor numere naturale şi precizaţi c.m.m.d.c. al lor:

a) 30, 45 şi 75; b) 28, 42 şi 70.

11. Încercuiţi litera corespunzătoare singurului răspuns corect. Cel mai mare divizor comun al numerelor 24, 36 şi 60 este:

A. 4; B. 12; C. 18; D. 8.

12. Completaţi următorul tabel:

Numerele	40, 48 şi 56	48, 64 şi 80	54, 72 şi 90	48, 72 şi 96
c.m.m.d.c.				

13. Determinaţi cel mai mare divizor comun al următoarelor numere:
a) 18, 36, 54 şi 63; b) 24, 32, 48 şi 56; c) 24, 60, 72 şi 84.

14. Determinaţi cel mai mare număr de buchete care se pot forma cu 50 de crizanteme albe şi 75 de crizanteme albastre, fiecare buchet având acelaşi număr de crizanteme albe, respectiv albastre.

15. Determinaţi cel mai mare număr de echipe care se pot forma cu 48 de fete şi 80 de băieţi, fiecare echipă având acelaşi număr de fete şi acelaşi număr de băieţi.

16. Determinaţi cel mai mare număr de copii care pot împărţi în mod egal 42 de caiete de matematică şi 98 de caiete dictando.

17. Determinaţi numărul maxim de rânduri pe care pot fi plantaţi 54 de piersici, 72 de caişi şi 90 de cireşi, astfel încât pe fiecare rând să fie plantaţi acelaşi număr de piersici, acelaşi număr de caişi şi acelaşi număr de cireşi.

18. Determinaţi cel mai mare număr de coşuleţe în care se pot pune în mod egal 60 de pere, 75 de mere şi 90 de nuci.

Exerciţii şi probleme de dificultate avansată

19. Salariile unei echipe de muncitori au fost plătite cu 60 de bancnote de 50 lei, 72 de bancnote de 100 lei şi 48 de bancnote de 200 lei, împărţite în mod egal membrilor echipei. Calculaţi cea mai mică sumă de bani pe care o putea încasa un muncitor.

20. Ştiind că cel mai mare divizor comun al numerelor $\overline{ab}$ şi $\overline{ba}$ este 1, $a \neq 0$ şi $b \neq 0$, aflaţi cel mai mare divizor comun al numerelor $\overline{abab}$ şi $\overline{baba}$.

Ce notă merit?
Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

(3p) **1.** Stabiliţi valoarea de adevăr a următoarelor propoziţii:
Numărul natural 5 este divizor comun al numerelor:
a) 15 şi 25; b) 20 şi 28; c) 35 şi 50.

(3p) **2.** Completaţi tabelul următor:

Numerele	16 şi 24	12 şi 30	24 şi 36
c.m.m.d.c.			

(3p) **3.** Determinaţi cel mai mare număr de mese la care se pot aşeza 24 de părinţi, 32 de fete şi 40 de băieţi, astfel încât la fiecare masă să fie acelaşi număr de părinţi, de fete şi băieţi.

Lecţia 21. Multipli comuni. Cel mai mic multiplu comun a două sau mai multor numere naturale

Citesc şi reţin

Definiţie: Numărul natural a se numeşte **multiplu comun** al numerelor naturale nenule b şi c dacă $a \vdots b$ şi $a \vdots c$.

Definiţie: Numărul natural m, $m \neq 0$, este **cel mai mic multiplu comun** al numerelor naturale a şi b dacă îndeplineşte condiţiile:

1. m se divide cu a şi m se divide cu b;
2. orice multiplu comun al numerelor naturale nenule a şi b se divide cu m.

Cum se aplică?

1. Arătaţi că cei 24 de elevi din clasa a V-a pot fi împărţiţi şi în grupe de 6 elevi, şi în grupe de 8 elevi şi apoi completaţi propoziţia următoare cu răspunsul corect.

Deoarece numărul natural 24 se divide şi cu 6, şi cu 8, el este un ...multiplu... comun al lui 6 şi 8.

Soluţie:

Deoarece $24 : 6 = 4$ şi $24 : 8 = 3$, rezultă că elevii clasei pot fi împărţiţi şi în patru grupe de 6 elevi, şi în trei grupe de 8 elevi.

2. Scrieţi multiplii mai mici decât 67 ai numerelor naturale 10 şi 15, apoi alegeţi multiplii lor comuni şi precizaţi cel mai mic multiplu comun al lor diferit de 0.

Soluţie:

Multiplii mai mici decât 67 ai lui 10 sunt 0, 10, 20, 30, 40, 50 şi 60, iar multiplii lui 15 sunt 0, 15, 30, 45 şi 60, deci multiplii lor comuni mai mici decât 67 sunt 0, 30 şi 60, prin urmare cel mai mic multiplu comun diferit de 0 al numerelor 10 şi 15 este 30.

3. Aflaţi cel mai mic număr de cărţi care pot fi împărţite în mod egal şi la 10 copii, şi la 12 copii.

Soluţie:

Cel mai mic număr de cărţi care pot fi împărţite în mod egal şi la 10 copii, şi la 12 copii este egal cu cel mai mic multiplu comun al numerelor naturale 10 şi 12; acesta este 60.

Ştiu să rezolv

Exerciţii şi probleme de dificultate minimă

1. Arătaţi că 30 de puieţi de cireş se pot planta şi pe 5 rânduri întregi, şi pe 6 rânduri întregi şi apoi completaţi propoziţia următoare cu răspunsul corect.

Deoarece numărul 30 se divide şi cu 5, şi cu 6, numărul natural 30 este un .... comun al lor.

2. Arătaţi că 48 de ciocolate se pot împărţi în mod egal şi la 4 copii, şi la 6 copii, şi la 8 copii şi apoi completaţi propoziţia următoare cu răspunsul corect.

Deoarece numărul 48 se divide şi cu 4, şi cu 6, şi cu 8, numărul natural 48 este un .... comun al lor.

3. Scrieţi primii 5 multipli ai următoarelor numere naturale şi precizaţi multiplii lor comuni:

a) 2 şi 3; b) 3 şi 6.

b)

4. Scrieţi primii 7 multipli ai următoarelor numere naturale şi precizaţi multiplii lor comuni:

a) 2, 3 şi 4; b) 3, 4 şi 6.

b)

5. Încercuiţi litera corespunzătoare răspunsului corect. Numărul natural 28 este un multiplu comun al numerelor:

A. 7 şi 8; B. 4 şi 7.

6. Încercuiţi litera corespunzătoare răspunsului corect. Numărul natural 36 este un multiplu comun al numerelor:

A. 4, 6 şi 9; B. 6, 8 şi 9.

7. Scrieţi primii 9 multipli ai următoarelor numere naturale şi precizaţi cel mai mic multiplu comun al lor diferit de 0:

a) 3 şi 4; b) 4 şi 6.

b)

8. Completaţi spaţiile punctate cu cel mai mic multiplu comun al următoarelor numere naturale:

a) 2, 4, 6 ....; b) 3, 6, 9 ....; c) 4, 5, 10 ....; d) 5, 6, 15 ....

Exerciţii şi probleme de dificultate medie

9. Încercuiţi litera corespunzătoare singurului răspuns corect. Cel mai mic multiplu comun nenul al numerelor 6 şi 16 este:

A. 42; B. 48; C. 60; D. 96.

10. Completaţi următorul tabel:

Numerele	14 şi 21	16 şi 24	18 şi 24	16 şi 20
c.m.m.m.c.				

11. Încercuiţi litera corespunzătoare singurului răspuns corect. Cel mai mic multiplu comun nenul al numerelor 6, 7 şi 14 este:

A. 21; B. 84; C. 63; D. 42.

12. Determinaţi cel mai mic multiplu comun al următoarelor numere naturale:

a) 6, 9, 18 şi 27; b) 6, 8, 24 şi 36; c) 4, 7, 14 şi 21.

13. Completaţi următorul tabel:

Numerele	12, 16 şi 48	15, 20 şi 60	18, 24 şi 36	12, 21 şi 28
c.m.m.m.c.				

14. Determinaţi cel mai mic număr de ciocolate care ar putea fi ambalate şi câte 20 într-o cutie, şi câte 25 într-o cutie.

15. Aflaţi cel mai mic număr de cărţi care ar putea fi puse în bibliotecă şi câte 15 pe un raft, şi câte 18 pe un raft.

16. Aflaţi cel mai mic număr de portocale care ar putea fi puse şi câte 28 într-un coş, şi câte 42 într-un coş.

17. Determinaţi cel mai mic număr de trandafiri care pot fi sădiţi şi câte 10 pe un rând, şi câte 16 pe un rând şi câte 20 pe un rând.

18. Determinaţi cel mai mic număr de copii care ar putea fi aliniaţi şi câte 16 pe un rând, şi câte 24 pe un rând, şi câte 32 pe un rând.

Exerciţii şi probleme de dificultate avansată

19. Din numărul pasagerilor unui avion, bărbaţii reprezintă o treime, femeile reprezintă un sfert, iar copiii reprezintă o optime. Ştiind că avionul are 125 de locuri, iar numărul pasagerilor este un număr natural de trei cifre, aflaţi câte locuri au rămas neocupate.

20. Ştiind că cel mai mare divizor comun al numerelor $\overline{ab}$ şi $\overline{ba}$ este 1, $a \neq 0$ şi $b \neq 0$, aflaţi cel mai mic multiplu comun al numerelor $\overline{abab}$ şi $\overline{baba}$.

Ce notă merit?
Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

(3p) **1.** Stabiliţi valoarea de adevăr a propoziţiilor. Numărul natural 30 este un multiplu comun al numerelor:

a) 5, 6, 10; b) 2, 3, 15; c) 5, 9, 30.

(3p) **2.** Completaţi tabelul următor:

Numerele	4 şi 5	6 şi 8	8 şi 10
c.m.m.m.c.			

(3p) **3.** Determinaţi cel mai mic număr de savarine care pot fi aşezate şi câte 8, şi câte 12, şi câte 18 pe un platou.

Lecţia 22. Numere prime. Numere compuse

Citesc şi reţin

Definiţie: Un număr natural n, $n \geq 2$, se numeşte **prim** dacă se divide numai cu 1 şi cu n.

Definiţie: Un număr natural n, $n \geq 2$, se numeşte **compus** dacă nu este prim.

Observaţii

1. Numerele naturale 0 şi 1 nu sunt prime, dar nu sunt nici compuse.

2. Numărul natural 2 este singurul număr **prim** şi **par**.

Cum se aplică?

1. Scrieţi numărul natural 10 ca sumă de:

a) două numere prime; b) două numere compuse.

Soluţie:

a) $10 = 5 + 5$ sau $10 = 3 + 7$; b) $10 = 4 + 6$.

2. Suma a patru numere naturale prime consecutive este un număr prim. Determinaţi suma celor patru numere naturale prime consecutive.

Soluţie:

Dacă notăm cu s suma celor 4 numere prime consecutive, rezultă că $s > 2$ şi cum s este prim deducem că s este număr impar, deci cele 4 numere prime consecutive nu pot fi toate impare, aşadar unul dintre ele este 2, iar celelalte sunt 3, 5 şi 7, prin urmare $s = 17$.

3. Determinaţi numerele naturale prime x şi y care îndeplinesc condiţia $4x + 7y = 63$.

Soluţie:

$4x + 7y = 63$, deci $4x = 63 - 7y$, sau $4x = 7(9 - y)$, de unde rezultă că $7 \mid x$ şi deoarece x este număr prim înseamnă că $x = 7$; $4 \cdot 7 + 7y = 63$, deci $7y = 63 - 28$ sau $7y = 35$, de unde rezultă că $y = 35 : 7$ şi obţinem $y = 5$.

Ştiu să rezolv

Exerciţii şi probleme de dificultate minimă

1. Scrieţi numerele naturale prime mai mici decât 20.

2. Dintre următoarele numere naturale, subliniaţi-le pe cele care sunt prime:

a) 23; b) 29; c) 31; d) 37; e) 39; f) 41; g) 47; h) 51; i) 59.

3. Dintre următoarele numere naturale, subliniaţi-le pe cele care sunt compuse:

a) 21; b) 27; c) 35; d) 43; e) 49; f) 53; g) 57; h) 61; i) 87.

4. Radu şi Dan au împreună 9 mere. Radu are mai multe mere decât Dan, iar numerele merelor pe care le are fiecare sunt prime. Aflaţi câte mere are fiecare copil.

5. Scrieţi ca sumă de două numere prime următoarele numere naturale:
a) 15; b) 12; c) 10; d) 14; e) 16; f) 18; g) 20; h) 22; i) 24.

h)

i)

6. Scrieţi ca sumă de două numere compuse următoarele numere prime:
a) 13; b) 17; c) 19; d) 23.

d)

7. Determinaţi numerele prime a şi b, care îndeplinesc condiţia:
a) $a + b = 25$; b) $a - b = 29$; c) $a + b = 49$; d) $a - b = 51$.

d)

8. Determinaţi numerele prime a şi b, care îndeplinesc condiţia:
a) $a \cdot b = 38$; b) $a \cdot b = 74$; c) $a \cdot b = 86$; d) $a \cdot b = 58$.

c)

9. Scrieţi ca sumă de trei numere prime următoarele numere naturale:
a) 15; b) 20; c) 21; d) 26.

d)

10. Determinaţi cifra x pentru care următorul număr natural este prim:
a) $\overline{3x}$ ....; b) $\overline{8x}$ ....; c) $\overline{7x}$ ....; d) $\overline{9x}$ ....

Exerciţii şi probleme de dificultate medie

11. Determinaţi cifra x pentru care numerele naturale de forma:
a) $\overline{2x}$ şi $\overline{4x}$ sunt simultan prime; b) $\overline{2x}$ şi $\overline{5x}$ sunt simultan prime;
c) $\overline{3x}$ şi $\overline{5x}$ sunt simultan prime; d) $\overline{4x}$ şi $\overline{6x}$ sunt simultan prime.

12. Determinaţi cele mai mici două numere naturale pare consecutive, de două cifre, cu proprietatea că răsturnatele lor sunt numere prime.

13. Pentru $n = 1$, $n = 2$ şi $n = 3$, verificaţi dacă numerele naturale de forma $3n + 2$, $4n + 1$ şi $5n + 2$ sunt toate prime sau toate compuse.

14. Suma a trei numere naturale consecutive este un număr prim. Determinaţi cele trei numere.

15. Pentru n număr natural, arătaţi că următoarele numere naturale sunt compuse:
a) $3^n + 7$; b) $5^n + 3$; c) $7^n + 9$; d) $3^n + 5$.

16. Arătaţi că orice număr prim mai mare decât 3 este de forma $3k + 1$ sau $3k + 2$, unde k este un număr natural nenul.

17. Determinaţi numărul prim p, $p > 3$, pentru care numerele naturale $p - 2$ şi $p + 2$ sunt de asemenea prime.

18. Suma a şase numere naturale prime consecutive este un număr prim. Determinaţi suma celor şase numere naturale prime.

19. Determinaţi numerele naturale prime x şi y care îndeplinesc condiţia:

a) $5x + 7y = 31$; b) $9x - 5y = 53$; c) $3x + 11y = 37$.

20. Determinaţi numerele naturale prime x şi y care îndeplinesc condiţia:

a) $9x + 5y = 60$; b) $7x - 4y = 49$; c) $8x + 3y = 63$.

21. Dacă n este număr natural, arătaţi că numărul:

a) $2^{n+4} \cdot 5^n - 1$ este compus; b) $2^{n+5} \cdot 5^n + 1$ este compus;

c) $2^n \cdot 5^{n+3} + 7$ este compus; d) $2^n \cdot 5^{n+4} - 1$ este compus.

22. Determinaţi numărul natural $\overline{ab}$, $a \neq 0$, pentru care numărul $\overline{ab0ab}$ este produsul a cinci numere prime consecutive.

23. Determinaţi cel mai mic număr prim, care împărţit la un număr prim dă câtul număr prim şi restul cel mai mic număr prim de două cifre.

Exerciţii şi probleme de dificultate avansată

24. Determinaţi cel mai mic număr prim care împărţit la un număr prim dă câtul număr prim diferit de împărţitor şi restul număr prim.

25. Determinaţi numărul natural n pentru care următoarele numere sunt simultan prime:

a) $2^n + 3^n$, $2^{n+1} + 3^n$, $2^{n+2} + 3^n$ şi $2^{n+3} + 3^n$;

b) $2^n + 3^n$, $2^n + 3^{n+1}$, $2^n + 3^{n+2}$ şi $2^n + 3^{n+3}$.

Ce notă merit?
Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

(3p) **1.** a) Scrieţi numerele naturale prime de forma $\overline{4x}$.

b) Scrieţi numerele naturale compuse de forma $\overline{5x}$.

(3p) **2.** Determinaţi numerele naturale prime de două cifre diferite, cu proprietatea că răsturnatele lor sunt numere prime.

(3p) **3.** Determinaţi numerele prime a şi b, care îndeplinesc condiţia: $7a + 5b = 90$.

Teste de evaluare sumativă

Testul 1

Se acordă 1 punct din oficiu.

(2p) **1.** Scrieţi cel mai mic număr natural de două cifre diferite care este:
a) compus; b) prim.

(2p) **2.** Scrieţi divizorii comuni ai numerelor naturale:
a) 8 şi 12; b) 6 şi 12.

(1p) **3.** Determinaţi cel mai mic multiplu comun al numerelor 9 şi 15.

(1p) **4.** Scrieţi numărul natural 28 ca sumă de două numere prime.

(1p) **5.** Determinaţi cel mai mare număr de săli de clasă în care pot fi expuse în mod egal 45 de tablouri şi 75 de ghivece cu flori.

(2p) **6.** Determinaţi numerele prime a şi b, care verifică condiţia: $11a + 9b = 67$.

Testul 2

Se acordă 1 punct din oficiu.

(2p) **1.** Scrieţi primii doi multipli comuni ai numerelor naturale:
a) 4 şi 6; b) 6 şi 9.

(2p) **2.** Determinaţi cifra x pentru care numerele naturale de forma $\overline{1x}$ sunt:
a) prime; b) compuse.

(1p) **3.** Determinaţi cel mai mare divizor comun al numerelor naturale 27 şi 36.

(1p) **4.** Determinaţi cel mai mic număr prim de două cifre, cu proprietatea că răsturnatul său este număr compus.

(1p) **5.** Determinaţi cel mai mic număr de timbre care pot fi puse într-un dosar filatelic şi câte 12, şi câte 14 pe o pagină.

(2p) **6.** Determinaţi numerele prime a şi b, care verifică condiţia: $5a + 7b = 50$.

Testul 3

Se acordă 1 punct din oficiu.

(2p) **1.** Scrieţi numerele naturale de o cifră care sunt:
a) prime; b) compuse.

(2p) **2.** Pentru numerele naturale 10 şi 15, determinaţi:
a) cel mai mare divizor comun; b) cel mai mic multiplu comun.

(1p) **3.** Determinaţi cele mai mici două numere naturale consecutive şi compuse de două cifre, cu proprietatea că răsturnatele lor sunt numere prime.

(1p) **4.** Determinaţi cel mai mic număr de pomi fructiferi care se pot planta şi câte 10 pe un rând, şi câte 14 pe un rând.

(1p) **5.** Determinaţi cel mai mare număr de grupe cu acelaşi număr de fete şi acelaşi număr de băieţi, care se pot forma cu 80 de fete şi 96 de băieţi.

(2p) **6.** Determinaţi numărul natural $\overline{ab}$, $a \neq 0$, pentru care numărul $\overline{ab0ab}$ este produsul a şase numere prime consecutive.

Fişă pentru portofoliul elevului

Numele şi prenumele:
Clasa a V-a
Capitolul: Divizibilitatea numerelor naturale
Se acordă 10 puncte din oficiu.

I. Dacă propoziţia este adevărată, subliniaţi litera A, iar dacă propoziţia este falsă, subliniaţi litera F.

(7p) **1.** Cel mai mare divizor comun al numerelor 16 şi 24 este 12. A F

(7p) **2.** Cel mai mic multiplu comun al numerelor 10 şi 25 este 50. A F

(7p) **3.** Suma numerelor compuse de o cifră este egală cu 27. A F

II. Completaţi spaţiile punctate cu răspunsul corect.

(7p) **1.** Cel mai mic număr natural compus de două cifre, care are suma cifrelor divizibilă cu 10 este ....

(7p) **2.** Numărul natural $\overline{5x}$ este prim pentru cifra $x =$ ....

(7p) **3.** Dacă a şi b, $a < b$, sunt două numere prime care au suma egală cu 63, atunci $b =$ ....

III. Încercuiţi litera corespunzătoare singurului răspuns corect.

(8p) **1.** Cel mai mic număr de creioane colorate care pot fi împărţite în mod egal şi la 16 copii, şi la 20 de copii este egal cu:

A. 80; B. 75; C. 60; D. 96.

(8p) **2.** Dacă p este un număr prim, $p > 5$, şi k este un număr natural nenul, atunci p este de forma:

A. $p = 6k + 1$; B. $p = 6k + 2$; C. $p = 6k + 3$; D. $p = 6k + 4$.

(8p) **3.** Cel mai mare divizor comun al numerelor naturale 30 şi $\overline{4x}$ este egal cu 6, când cifra x este egală cu:

A. $x = 4$ sau $x = 6$; B. $x = 5$; C. $x = 7$; D. $x = 2$ sau $x = 8$.

La exerciţiile IV. şi V. scrieţi pe fişă rezolvările complete.

IV. *(8p)* Determinaţi numărul natural $\overline{abc}$, $a \neq 0$, pentru care numărul $\overline{abcabc}$ este produsul a şapte numere naturale prime şi consecutive.

V. Determinaţi numerele prime x şi y, care îndeplinesc condiţia:

(8p) a) $11x + 3y = 88$; *(8p)* b) $15x + 9y = 93$.

Model de test pentru Evaluarea Națională

Capitolul: Divizibilitatea numerelor naturale

PARCUL NAȚIONAL PIATRA CRAIULUI

Parcul Naţional Piatra Craiului, cu suprafaţa de 14800 ha, se află pe teritoriul judeţelor Argeş şi Braşov. Crearea Parcului Naţional Piatra Craiului a fost motivată de originalitatea geografică a masivului muntos Piatra Craiului şi de biodiversitatea florei şi faunei.

Pentru a răspunde la cerinţele 1-3, citiţi următorul text:

Mihai, elev de clasa a V-a, a căutat pe internet informaţii despre cele mai înalte vârfuri din masivul muntos Piatra Craiului, unde urma să meargă într-o expediţie împreună cu părinţii. Informaţiile obţinute sunt înregistrate în următorul tabel:

Numele vârfului	Vârful Ascuţit	Piatra Mică	Pietricica	Piscul Baciului
Înălţimea	2150 m	1816 m	1764 m	2237 m

Încercuiţi litera corespunzătoare răspunsului corect.

1. Conform informaţiilor din tabel, numele vârfului muntos a cărui înălţime este un număr natural multiplu al lui 10 este:

A. Vârful Ascuţit; B. Piatra Mică; C. Pietricica; D. Piscul Baciului.

2. Conform informaţiilor din tabel, înălţimea vârfului muntos Piatra Mică este un număr natural divizibil cu:

A. 3; B. 4; C. 5; D. 9.

3. Conform informaţiilor din tabel, numele vârfului muntos a cărui înălţime este un număr natural divizibil cu 9 este:

A. Vârful Ascuţit; B. Piatra Mică; C. Pietricica; D. Piscul Baciului.

Pentru a răspunde la cerinţele 4-6, citiţi următorul text:

Mihai a programat împreună cu părinţii săi expediţia din masivul muntos Piatra Craiului în luna august.

Expediţia avea ca obiectiv traversarea vârfului Piatra Mică într-o singură zi, urmând un traseu turistic marcat.

La ora 8, înainte de a porni ascensiunea, cele 21 kg de echipament, apă şi hrană au fost repartizate astfel: cantitatea din rucsacul tatălui se exprimă prin cel mai mic număr prim de două cifre, iar cantităţile repartizate mamei şi lui Mihai sunt două numere compuse, rucsacul lui Mihai fiind cel mai uşor. Datorită consumului de apă până la ora 13 când au ajuns în vârf, rucsacul mamei cântărea mai puţin cu 2 kg, iar după masa de la ora 13 şi rucsacul tatălui cântărea mai puţin cu 2 kg. În aceste condiţii, o parte din cantitatea de echipament din rucsacul tatălui, exprimată printr-un număr natural, a fost mutată în rucsacul mamei. După această operaţie, Mihai a observat că numerele prin care se exprimă cantităţile de echipament din cele trei rucsacuri au cel mai mic multiplu comun pe 40.

4. Precizaţi cantităţile de echipament, apă şi hrană repartizate la ora 8 tatălui, mamei şi lui Mihai.

5. Precizaţi cantităţile de echipament, apă şi hrană repartizate tatălui, mamei şi lui Mihai după masa de la ora 13.

6. Cantitățile de echipament, apă și hrană, repartizate tatălui, mamei și lui Mihai, după masa de la ora 13:00, puteau fi exprimate prin numere prime?

Pentru a răspunde la cerinţele 7-9, citiţi următorul text:

În masivul muntos Piatra Craiului, pe lângă cabanele Plaiul Foii, Gura Râului şi Curmătura Brusturet, funcţionează şi refugiul montan Vârful Ascuţit.

Distanţele (exprimate în km) dintre cabana Plaiul Foii şi cabanele Gura Râului, respectiv Curmătura Brusturet sunt două numere naturale prime, în ordine crescătoare, a căror sumă este egală cu 12, iar cel mai mare divizor de o cifră al acestui număr reprezintă distanţa (exprimată în km) dintre cabanele Gura Râului şi Curmătura Brusturet. Distanţa dintre cabana Plaiul Foii şi refugiul montan Vârful Ascuţit este egală cu jumătate din suma distanţelor dintre cele trei cabane.

7. Determinaţi distanţele dintre cabana Plaiul Foii şi cabanele Gura Râului, respectiv Curmătura Brusturet.

8. Determinaţi distanţa dintre cabanele Gura Râului şi Curmătura Brusturet.

9. Determinaţi distanţa dintre cabana Plaiul Foii şi refugiul montan Vârful Ascuţit.

Capitolul III
FRACȚII ORDINARE

Lecţia 23. Fracţii ordinare

Citesc şi reţin

Definiţie: O pereche de numere naturale a şi b, $b \neq 0$, scrisă sub forma $\frac{a}{b}$, se numeşte **fracţie ordinară**. Notaţia $\frac{a}{b}$ se citeşte „a **supra** b”.

Numerele naturale a şi b se numesc **numărătorul**, respectiv **numitorul** fracţiei şi sunt separate prin **linia de fracţie**.

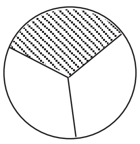
Numitorul unei fracţii ne arată în câte părţi egale a fost împărţit întregul, iar numărătorul ne arată câte astfel de părţi au fost luate.

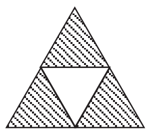
Observaţie: Oricare ar fi numărul natural a, acesta se scrie ca fracţie ordinară:

$$a = \frac{a}{1}.$$

Cum se aplică?

1. Completaţi caseta cu fracţia ordinară care reprezintă partea haşurată din următorul întreg:

a)  $\boxed{\frac{1}{3}}$

b)  $\boxed{\frac{3}{4}}$

Soluţie:

a) Observăm că întregul a fost împărţit în trei părţi egale, iar dintre acestea, una a fost haşurată, prin urmare fracţia ordinară care reprezintă partea haşurată din întregul respectiv este $\frac{1}{3}$.

b) Observăm că întregul a fost împărţit în patru părţi egale, iar dintre acestea, trei au fost haşurate, prin urmare fracţia ordinară care reprezintă partea haşurată din întregul respectiv este $\frac{3}{4}$.

2. Scrieţi fracţia care reprezintă:

a) 5 zile dintr-o săptămână;

b) 41 de minute dintr-o oră.

Soluţie:

a) $\frac{5}{7}$;

b) $\frac{41}{60}$.

3. Scrieţi fracţiile ordinare de forma $\dfrac{\overline{3x}}{29}$, unde numărătorul este număr natural impar.

Soluţie:

$\overline{3x}$ este număr natural impar dacă cifra x este 1, 3, 5, 7 sau 9, prin urmare fracţiile sunt: $\dfrac{31}{29}, \dfrac{33}{29}, \dfrac{35}{29}, \dfrac{37}{29}, \dfrac{39}{29}$.

Ştiu să rezolv

Exerciţii şi probleme de dificultate minimă

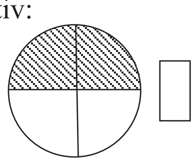
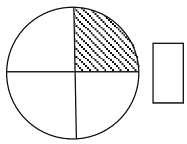
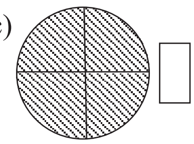
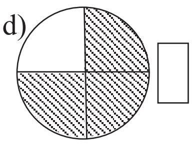
1. Citiţi fracţiile următoare:

a) $\dfrac{2}{3}$; b) $\dfrac{5}{6}$; c) $\dfrac{4}{9}$; d) $\dfrac{8}{7}$.

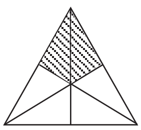
2. Completaţi spaţiile punctate cu numitorii şi numărătorii fracţiilor următoare:

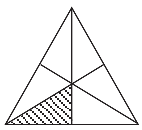
a) $\dfrac{7}{4}$ ....; b) $\dfrac{11}{23}$ ....; c) $\dfrac{51}{16}$ ....; d) $\dfrac{3}{8}$ ....

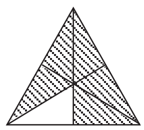
3. Completaţi caseta cu fracţia ordinară care reprezintă partea haşurată din întregul respectiv:

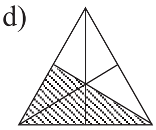
a) 
b) 
c) 
d) 

4. Încercuiţi litera corespunzătoare răspunsului corect. Partea haşurată din întreg este reprezentată de fracţia ordinară:

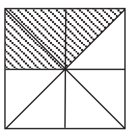
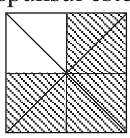
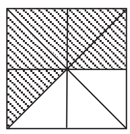
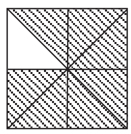
a) 
A. $\dfrac{2}{6}$; B. $\dfrac{4}{6}$.

b) 
A. $\dfrac{5}{6}$; B. $\dfrac{1}{6}$.

c) 
A. $\dfrac{3}{6}$; B. $\dfrac{5}{6}$.

d) 
A. $\dfrac{3}{6}$; B. $\dfrac{1}{6}$.

5. În tabelul următor sunt înregistrate fracţiile ordinare care corespund părţilor haşurate din fiecare întreg. Completaţi caseta corespunzătoare cu litera A, dacă răspunsul este corect sau cu litera F, dacă răspunsul este greşit.

a) 
b) 
c) 
d) 

a)	b)	c)	d)
$\dfrac{3}{8}$	$\dfrac{2}{8}$	$\dfrac{5}{8}$	$\dfrac{7}{8}$

6. Scrieţi fracţia ordinară care are:

a) numărătorul 2 şi numitorul 9 ....; b) numărătorul 8 şi numitorul 5 ....;

c) numitorul 37 şi numărătorul 3 ....; d) numitorul 4 şi numărătorul 25........... .

7. Scrieţi fracţia ordinară care reprezintă:

a) o treime dintr-un întreg ....; b) o doime dintr-un întreg ....;

c) o pătrime dintr-un întreg ....; d) o cincime dintr-un întreg ....

8. Ştefan a cheltuit 3 lei din cei 10 lei pe care îi avea. Ce fracţie din întreaga sumă de bani reprezintă:

a) suma cheltuită ....; b) suma rămasă ....?

9. Din cele 48 de file ale unui caiet de matematică, 25 au fost scrise. Ce fracţie din numărul filelor caietului reprezintă numărul filelor care:

a) au fost scrise ....; b) sunt nescrise ....?

Exerciţii şi probleme de dificultate medie

10. Scrieţi fracţia care reprezintă două treimi dintr-un întreg şi apoi reprezentaţi-o printr-un desen.

11. Scrieţi fracţia care reprezintă trei pătrimi dintr-un întreg şi apoi reprezentaţi-o printr-un desen.

12. Scrieţi fracţia care reprezintă:

a) 17 secunde dintr-un minut; b) 29 de minute dintr-o oră.

13. Scrieţi fracţiile de forma:

a) $\dfrac{\overline{5x}}{71}$, cu numărătorul număr par; b) $\dfrac{89}{\overline{6y}}$, cu numitorul număr impar.

14. Determinaţi cifra x pentru care următoarele fracţii ordinare au numărătorul şi numitorul numere naturale consecutive:

a) $\dfrac{\overline{1x7}}{\overline{18x}}$; b) $\dfrac{\overline{23x}}{\overline{2x4}}$; c) $\dfrac{\overline{7x2}}{\overline{73x}}$; d) $\dfrac{\overline{45x}}{\overline{4x6}}$.

15. Scrieţi fracţiile ordinare care au numărătorul şi numitorul numere naturale consecutive de aceeaşi paritate, în următoarele cazuri:

a) $\dfrac{\overline{x2}}{\overline{4x}}$, $x \neq 0$; b) $\dfrac{\overline{x5}}{\overline{7x}}$, $x \neq 0$; c) $\dfrac{\overline{6x}}{\overline{x8}}$, $x \neq 0$; d) $\dfrac{\overline{1x}}{\overline{x3}}$, $x \neq 0$.

16. Scrieţi fracţiile ordinare în care numărătorul n este un divizor propriu al numitorului:

a) $\dfrac{n}{15}$; b) $\dfrac{n}{81}$; c) $\dfrac{n}{28}$; d) $\dfrac{n}{45}$.

17. Scrieţi fracţiile ordinare care au numărătorul şi numitorul numere naturale prime, în următoarele cazuri:

a) $\dfrac{\overline{1x}}{\overline{x1}}$, $x \neq 0$; b) $\dfrac{\overline{x3}}{\overline{3x}}$, $x \neq 0$; c) $\dfrac{\overline{x7}}{\overline{7x}}$, $x \neq 0$; d) $\dfrac{\overline{9x}}{\overline{x9}}$, $x \neq 0$.

18. Scrieţi fracţiile ordinare de forma $\frac{\overline{21x}}{\overline{58y}}$, care îndeplinesc condiţia:

a) $y = 2x$; b) $x = 3y$.

Exerciţii şi probleme de dificultate avansată

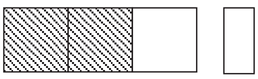
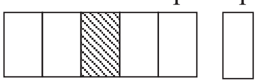
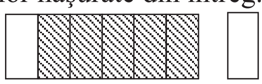
19. Determinaţi numărul fracţiilor ordinare de forma $\frac{\overline{ab}}{\overline{ba}}$, unde $a \neq 0$, $b \neq 0$ şi $a > b$.

20. Determinaţi fracţia ordinară $\frac{a}{b}$, unde a şi b sunt numere prime, $a > b$, pentru care fracţia ordinară $\frac{a-b}{a+b}$ are numărătorul şi numitorul numere prime.

Ce notă merit?
Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

(3p) **1.** Scrieţi în casete fracţiile ordinare care corespund părţilor haşurate din întreg.

a)  b)  c) 

(3p) **2.** Scrieţi fracţia ordinară care reprezintă şapte luni dintr-un an şi apoi reprezentaţi-o printr-un desen.

(3p) **3.** Scrieţi fracţiile ordinare de forma $\frac{\overline{x7}}{\overline{7x}}$, $x \neq 0$, unde numărătorul şi numitorul sunt numere naturale compuse.

Lecţia 24. Fracţii subunitare, echiunitare, supraunitare

Citesc şi reţin

Definiţie: Se consideră fracţia ordinară $\frac{a}{b}$, $b \neq 0$. Dacă:

– numărătorul este mai mic decât numitorul ($a < b$), fracţia $\frac{a}{b}$ se numeşte **subunitară**;

– numărătorul este egal cu numitorul ($a = b$), fracţia $\frac{a}{b}$ se numeşte **echiunitară**;

– numărătorul este mai mare decât numitorul ($a > b$), fracţia $\frac{a}{b}$ se numeşte **supraunitară**.

Cum se aplică?

1. Scrieţi fracţiile:

a) subunitare cu numitorul 4;
b) echiunitare cu numitorul 7;
c) supraunitare cu numărătorul 5.

Soluţie:

a) $\frac{0}{4}, \frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}$; b) $\frac{7}{7}$; c) $\frac{5}{1}, \frac{5}{2}, \frac{5}{3}, \frac{5}{4}$.

2. Determinaţi numărul natural n pentru care fracţia ordinară:

a) $\frac{2^3}{2^n}$ este supraunitară;
b) $\frac{3^n}{7^2}$ este subunitară.

Soluţie:

a) Fracţia ordinară $\frac{2^3}{2^n}$ este supraunitară dacă $2^3 > 2^n$, sau $n < 3$, de unde rezultă că n poate fi: 0, 1 sau 2;

b) Fracţia ordinară $\frac{3^n}{7^2}$ este subunitară dacă $3^n < 7^2$, sau $3^n < 49$, de unde rezultă că n poate fi: 0, 1, 2 sau 3.

3. Determinaţi fracţiile supraunitare de forma $\frac{\overline{xy}}{\overline{yx}}$, $x \neq 0$, $y \neq 0$, unde $\overline{xy}$ şi $\overline{yx}$ sunt numere naturale prime.

Soluţie:

Deoarece fracţia ordinară $\frac{\overline{xy}}{\overline{yx}}$ este supraunitară, rezultă că $\overline{yx} < \overline{xy}$, deci $y < x$. Numerele naturale prime de două cifre $\overline{yx}$, cu $y < x$, pentru care $\overline{xy}$ este tot număr prim sunt 13, 17 şi 37, de unde obţinem fracţiile cerute $\frac{31}{13}, \frac{71}{17}$ şi $\frac{73}{37}$.

Ştiu să rezolv

Exerciţii şi probleme de dificultate minimă

1. Stabiliţi valoarea de adevăr a propoziţiilor:

a) Fracţia $\frac{7}{2}$ este supraunitară. ☐
b) Fracţia $\frac{5}{5}$ este echiunitară. ☐
c) Fracţia $\frac{9}{8}$ este subunitară. ☐
d) Fracţia $\frac{2}{7}$ este subunitară. ☐

2. Daţi exemple de două fracţii ordinare:

a) subunitare ....; b) echiunitare ....; c) supraunitare ....

3. Încercuiţi litera corespunzătoare singurului răspuns corect. Fracţia ordinară $\frac{17}{\overline{ab}}$, $a \neq 0$, este supraunitară dacă:

A. $\overline{ab} = 25$; B. $\overline{ab} = 36$; C. $\overline{ab} = 13$; D. $\overline{ab} = 71$.

4. Încercuiţi litera corespunzătoare singurului răspuns corect. Fracţia ordinară $\frac{\overline{ab}}{53}$, $a \neq 0$, este echiunitară dacă:

A. $\overline{ab} = 52$; B. $\overline{ab} = 24$; C. $\overline{ab} = 81$; D. $\overline{ab} = 53$.

5. Încercuiţi litera corespunzătoare singurului răspuns corect. Fracţia ordinară $\frac{61}{\overline{xy}}$, $a \neq 0$, este subunitară dacă:

A. $\overline{xy} = 62$; B. $\overline{xy} = 40$; C. $\overline{xy} = 55$; D. $\overline{xy} = 61$.

6. Din şirul de fracţii: $\frac{1}{2}, \frac{7}{3}, \frac{4}{9}, \frac{12}{13}, \frac{71}{17}, \frac{19}{19}, \frac{53}{49}, \frac{2^4}{4^2}, \frac{125}{5^3}$, alegeţi fracţiile:

a) echiunitare; b) subunitare; c) supraunitare.

a)										b)									c)							

7. Scrieţi în casetă numărul natural pentru care fracţia ordinară este supraunitară, iar numitorul şi numărătorul sunt numere naturale consecutive:

a) $\frac{\square}{29}$; b) $\frac{329}{\square}$; c) $\frac{\square}{205}$; d) $\frac{65}{\square}$.

8. Scrieţi fracţiile ordinare supraunitare care au numărătorul egal cu:

a) 4 ....; b) 6 ....

9. Scrieţi fracţiile ordinare subunitare care au numitorul egal cu:

a) 3 ....; b) 5 ....

10. Scrieţi fracţiile ordinare supraunitare care au numărătorul şi numitorul numere naturale prime de o cifră. ....

11. Scrieţi fracţiile ordinare subunitare care au numărătorul şi numitorul numere naturale compuse de o cifră. ....

12. Scrieţi fracţiile ordinare echiunitare care au numărătorul şi numitorul numere naturale pătrate perfecte de două cifre. ....

13. Determinaţi cifra x pentru care fracţia ordinară $\frac{\overline{3x}}{37}$ este:

a) supraunitară ....; b) echiunitară ....; c) subunitară ....

14. Determinaţi cifra x pentru care fracţia ordinară $\frac{45}{\overline{4x}}$ este:

a) supraunitară ....; b) echiunitară ....; c) subunitară ....

15. Determinaţi cifra x pentru care fracţia ordinară $\frac{\overline{x13}}{\overline{41x}}$, $x \neq 0$, este:

a) subunitară ....; b) supraunitară ....

Exerciţii şi probleme de dificultate medie

16. Determinaţi cifrele x şi y pentru care fracţia ordinară $\frac{\overline{x8}}{\overline{5y}}$, $x \neq 0$, este:

a) supraunitară; b) subunitară.

17. Determinaţi cifrele x şi y, $y \neq 0$, pentru care fracţia ordinară $\frac{\overline{65x}}{\overline{y53}}$ este:

a) subunitară; b) echiunitară; c) supraunitară.

18. Determinaţi numărul natural n pentru care fracţiile următoare sunt supraunitare:

a) $\frac{7^5}{7^n}$; b) $\frac{5^4}{5^n}$; c) $\frac{8^2}{2^n}$; d) $\frac{9^4}{3^n}$.

19. Determinaţi numărul natural n pentru care fracţiile următoare sunt subunitare:

a) $\frac{2^n}{3^2}$; b) $\frac{5^n}{3^3}$; c) $\frac{2^n}{7^2}$; d) $\frac{5^n}{2^7}$.

20. Scrieţi fracţiile ordinare subunitare de forma $\frac{\overline{ab}}{\overline{ba}}$, $a \neq 0$, $b \neq 0$ şi $a \neq b$, unde $\overline{ab}$ şi $\overline{ba}$ sunt numere naturale prime.

21. Arătaţi că următoarele fracţii ordinare sunt supraunitare:

a) $\frac{2^{51}}{4^{25}}$; b) $\frac{3^{43}}{9^{21}}$; c) $\frac{5^{15}}{2^{30}}$; d) $\frac{3^{38}}{2^{57}}$.

22. Arătaţi că următoarele fracţii ordinare sunt subunitare:

a) $\frac{3^{62}}{27^{21}}$; b) $\frac{2^{59}}{16^{15}}$; c) $\frac{5^{34}}{3^{51}}$; d) $\frac{5^{21}}{2^{49}}$.

23. Arătaţi că fracţia ordinară:

a) $\frac{3^{31}}{2^{32}+2^{29}}$ este supraunitară; b) $\frac{2^{20}}{3^{19}-3^{17}}$ este subunitară.

Exerciţii şi probleme de dificultate avansată

24. Determinaţi numărul natural x pentru care fracţia ordinară $\frac{1+3+5+...+(2n+1)-x}{2+4+6+...+2n}$ este echiunitară, n fiind număr natural.

25. Arătaţi că fracţia ordinară $\frac{2^{n+1}}{2^0+2^1+2^2+...+2^n}$ este supraunitară, pentru orice număr natural n.

Ce notă merit?
Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

(3p) **1.** Scrieţi o fracţie ordinară:
a) supraunitară; b) subunitară; c) echiunitară.

(3p) **2.** Determinaţi cifra x pentru care fracţia ordinară $\dfrac{\overline{75x}}{\overline{7x5}}$ este:
a) echiunitară; b) subunitară; c) supraunitară.

(3p) **3.** Arătaţi că fracţia ordinară $\dfrac{2^{41}-2^{39}}{2^{40}+2^{39}}$ este echiunitară.

Lecţia 25. Scoaterea întregilor din fracţie. Introducerea întregilor în fracţie

Citesc şi reţin

Scriind fracţia supraunitară $\dfrac{a}{b}$ sub forma $q\dfrac{r}{b}$, unde q şi r reprezintă câtul, respectiv restul împărţirii lui a la b, spunem că **am scos întregii din fracţie.**

Scriind o fracţie de tipul $q\dfrac{r}{b}$ sub forma $\dfrac{a}{b}$, unde $a = b \cdot q + r$, spunem că **am introdus întregii în fracţie**.

Cum se aplică?

1. Scoateţi întregii din următoarele fracţii:
a) $\dfrac{25}{7}$; b) $\dfrac{83}{10}$; c) $\dfrac{161}{13}$.

Soluţie:

a) $25 : 7 = 3$ rest 4, deci $25 = 7 \cdot 3 + 4$, aşadar $\dfrac{25}{7} = \dfrac{7\cdot3+4}{7} = \dfrac{7\cdot3}{7} + \dfrac{4}{7} = 3 + \dfrac{4}{7} = 3\dfrac{4}{7}$; b) $83 : 10 = 8$ rest 3, deci $\dfrac{83}{10} = 8\dfrac{3}{10}$; c) $161 : 13 = 12$ rest 5, deci $\dfrac{161}{13} = 12\dfrac{5}{13}$.

2. Introduceţi întregii în fracţie:
a) $3\dfrac{1}{2}$; b) $2\dfrac{3}{7}$; c) $8\dfrac{9}{11}$.

Soluţie:

a) $3\dfrac{1}{2} = \dfrac{2\cdot3+1}{2} = \dfrac{7}{2}$; b) $2\dfrac{3}{7} = \dfrac{7\cdot2+3}{7} = \dfrac{17}{7}$; c) $8\dfrac{9}{11} = \dfrac{11\cdot8+9}{11} = \dfrac{97}{11}$.

Ştiu să rezolv

Exerciţii şi probleme de dificultate minimă

1. Stabiliţi valoarea de adevăr a următoarelor propoziţii:

a) $\frac{9}{2}=4\frac{1}{2}$; ☐ b) $\frac{18}{7}=2\frac{3}{7}$; ☐ c) $\frac{27}{5}=5\frac{2}{5}$; ☐ d) $\frac{7}{3}=2\frac{2}{3}$. ☐

2. Scoateţi întregii din fracţiile următoare:

a) $\frac{8}{5}=$ ....; b) $\frac{9}{4}=$ ....; c) $\frac{8}{3}=$ ....; d) $\frac{9}{2}=$ ....

3. Scoateţi întregii din fracţiile următoare:

a) $\frac{29}{7}=$ ....; b) $\frac{32}{5}=$ ....; c) $\frac{43}{9}=$ ....; d) $\frac{57}{8}=$ ....

4. Scoateţi întregii din următoarele fracţii ordinare:

a) $\frac{67}{10}=$ ....; b) $\frac{83}{10}=$ ....; c) $\frac{77}{10}=$ ....; d) $\frac{91}{10}=$ ....

5. Stabiliţi valoarea de adevăr a următoarelor propoziţii:

a) $3\frac{2}{5}=\frac{17}{5}$; ☐ b) $6\frac{1}{7}=\frac{42}{7}$; ☐ c) $7\frac{2}{9}=\frac{65}{9}$; ☐ d) $4\frac{5}{6}=\frac{25}{6}$. ☐

6. Introduceţi întregii în următoarele fracţii:

a) $2\frac{1}{3}=$ ....; b) $3\frac{1}{2}=$ ....; c) $1\frac{3}{4}=$ ....; d) $2\frac{3}{7}=$ .... ;

e) $8\frac{4}{5}=$ ....; f) $6\frac{5}{8}=$ ....; g) $9\frac{1}{6}=$ ....; h) $7\frac{7}{9}=$ ....

7. Introduceţi întregii în fracţie:

a) $12\frac{9}{10}=$ ....; b) $14\frac{7}{10}=$ ....; c) $21\frac{3}{10}=$ ....; d) $35\frac{1}{10}=$ ....

8. Scoateţi întregii din următoarele fracţii:

a) $\frac{721}{100}=$ ....; b) $\frac{347}{100}=$ ....; c) $\frac{509}{100}=$ ....; d) $\frac{813}{100}=$ ....

9. Introduceţi întregii în fracţie:

a) $14\frac{67}{100}=$ ....; b) $29\frac{51}{100}=$ ....; c) $45\frac{29}{100}=$ ....; d) $75\frac{83}{100}=$ ....

10. Scoateţi întregii din următoarele fracţii:

a) $\frac{219}{20}=$ ....; b) $\frac{763}{25}=$ ....; c) $\frac{921}{30}=$ ....; d) $\frac{827}{40}=$ ....

Exerciţii şi probleme de dificultate medie

11. Introduceţi întregii în fracţie:

a) $11\frac{7}{12}$; b) $17\frac{4}{13}$; c) $20\frac{8}{15}$; d) $23\frac{10}{21}$.

12. Scoateţi întregii din fracţiile următoare:

a) $\frac{177}{14}$; b) $\frac{191}{11}$; c) $\frac{241}{12}$; d) $\frac{256}{13}$.

13. Determinaţi numărul natural n pentru care următoarea propoziţie este adevărată:

a) $n\frac{2}{3}=\frac{17}{3}$; b) $n\frac{4}{5}=\frac{19}{5}$; c) $n\frac{1}{6}=\frac{25}{6}$; d) $n\frac{7}{9}=\frac{25}{9}$.

14. Determinaţi numărul natural m pentru care următoarea propoziţie este adevărată:

a) $3\frac{m}{5}=\frac{17}{5}$; b) $5\frac{m}{7}=\frac{36}{7}$; c) $7\frac{m}{3}=\frac{25}{3}$; d) $4\frac{m}{9}=\frac{43}{9}$.

15. Determinaţi numărul natural n din egalitatea:

a) $n\frac{5}{8}+2\frac{n}{8}=6$; b) $n\frac{5}{6}+3\frac{n}{6}=5$; c) $5\frac{n}{4}+n\frac{3}{4}=7$.

Exerciţii şi probleme de dificultate avansată

16. Scoateţi întregii din fracţia ordinară $f=\frac{\overline{xy0zz}}{\overline{xy}}$, ştiind că $z=x+y$ şi $x>y>0$.

17. Determinaţi numărul natural $\overline{ab}$, $a\neq 0$, $b\neq 0$, care îndeplineşte condiţia $\frac{\overline{ba}}{a}=4\frac{b}{a}$.

Ce notă merit?
Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

(3p) **1.** Scoateţi întregii din următoarele fracţii ordinare:

a) $\frac{79}{10}$; b) $\frac{42}{5}$; c) $\frac{101}{12}$.

(3p) **2.** Introduceţi întregii în fracţie:

a) $7\frac{3}{4}$; b) $5\frac{9}{10}$; c) $4\frac{11}{13}$.

(3p) **3.** Determinaţi numărul natural x pentru care următoarea propoziţie este adevărată:

a) $6\frac{x}{10}=\frac{67}{10}$; b) $x\frac{5}{13}=\frac{109}{13}$.

Lecţia 26. Fracţii echivalente

Citesc şi reţin

Definiţie: Fracţiile $\frac{a}{b}$ şi $\frac{c}{d}$ se numesc **echivalente** dacă $a \cdot d = b \cdot c$. Notăm $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ şi citim „fracţia $\frac{a}{b}$ este echivalentă cu fracţia $\frac{c}{d}$".

Fracţiile $\frac{a}{b}$ şi $\frac{c}{d}$ nu sunt echivalente, dacă $a \cdot d \neq b \cdot c$. Notăm $\frac{a}{b} \neq \frac{c}{d}$.

Cum se aplică?

1. Precizaţi fracţiile ordinare corespunzătoare următoarelor desene şi apoi arătaţi că sunt fracţii echivalente, comparând suprafeţele haşurate.

Soluţie:

Observăm că întregul din stânga a fost împărţit în patru părţi egale şi trei dintre acestea au fost haşurate, prin urmare fracţia ordinară corespunzătoare acestui desen este $\frac{3}{4}$.

Observăm că întregul din dreapta a fost împărţit în opt părţi egale şi şase dintre acestea au fost haşurate, prin urmare fracţia ordinară corespunzătoare acestui desen este $\frac{6}{8}$.

Deoarece întregii sunt egali şi suprafeţele haşurate sunt egale, rezultă că fracţiile ordinare $\frac{3}{4}$ şi $\frac{6}{8}$ sunt echivalente şi notăm $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$.

2. Arătaţi că:

a) $\frac{4}{3} = \frac{24}{18}$; b) $\frac{20}{27} \neq \frac{5}{7}$.

Soluţie:

a) $4 \cdot 18 = 72$ şi $3 \cdot 24 = 72$, prin urmare $\frac{4}{3} = \frac{24}{18}$;

b) $20 \cdot 7 = 140$ şi $27 \cdot 5 = 135$, prin urmare $\frac{20}{27} \neq \frac{5}{7}$.

3. Determinaţi fracţia echivalentă cu fracţia $\frac{3}{5}$ care să aibă:

a) numărătorul 9; b) numitorul 20.

Soluţie:

a) $\frac{3}{5}=\frac{9}{x} \Rightarrow 3 \cdot x = 5 \cdot 9 \Rightarrow 3x = 45 \Rightarrow x = 45 : 3 \Rightarrow x = 15$, aşadar fracţia este $\frac{9}{15}$;

b) $\frac{3}{5}=\frac{x}{20} \Rightarrow 3 \cdot 20 = 5 \cdot x \Rightarrow 5x = 60 \Rightarrow x = 60 : 5 \Rightarrow x = 12$, aşadar fracţia este $\frac{12}{20}$.

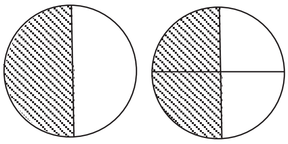
Ştiu să rezolv

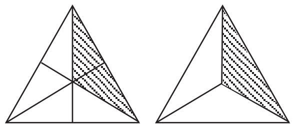
Exerciţii şi probleme de dificultate minimă

1. Citiţi următoarele notaţii:

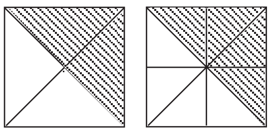
a) $\frac{2}{9}=\frac{4}{18}$; b) $\frac{8}{7}\neq\frac{25}{21}$; c) $\frac{25}{30}=\frac{5}{6}$; d) $\frac{49}{15}\neq\frac{7}{2}$.

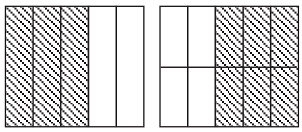
2. Scrieţi fracţiile ordinare corespunzătoare părţilor haşurate din fiecare întreg şi apoi, comparând suprafeţele haşurate, completaţi caseta cu semnul corespunzător „=” sau „≠”.

a) $\frac{\quad}{\quad}\ \square\ \frac{\quad}{\quad}$ 

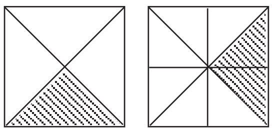
b) $\frac{\quad}{\quad}\ \square\ \frac{\quad}{\quad}$ 

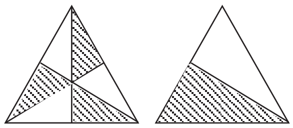
3. Scrieţi fracţiile ordinare corespunzătoare părţilor haşurate din fiecare întreg şi apoi, comparând suprafeţele haşurate, completaţi caseta cu semnul corespunzător „=” sau „≠”.

a) $\frac{\quad}{\quad}\ \square\ \frac{\quad}{\quad}$ 

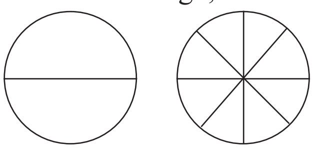
b) $\frac{\quad}{\quad}\ \square\ \frac{\quad}{\quad}$ 

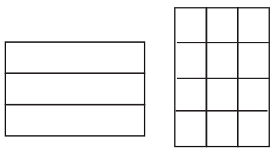
4. Stabiliţi valoarea de adevăr a următoarelor propoziţii, folosind desenele corespunzătoare:

a) $\frac{1}{4}=\frac{2}{8}$; $\square$ 

b) $\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$. $\square$ 

5. Haşuraţi în fiecare caz întregii, astfel încât propoziţia corespunzătoare să fie adevărată.

a) $\frac{1}{2}=\frac{4}{8}$; 

b) $\frac{2}{3}=\frac{8}{12}$. 

6. La exerciţiul 5, am haşurat desenele astfel încât: a) $\frac{1}{2}=\frac{4}{8}$ şi b) $\frac{2}{3}=\frac{8}{12}$. Stabiliţi valoarea de adevăr a propoziţiilor:

a) $1 \cdot 8 = 2 \cdot 4$; $\square$ b) $2 \cdot 12 = 3 \cdot 8$. $\square$

7. Folosind exercițiul 6, stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:

a) Dacă $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$, $b\neq 0$ și $d\neq 0$, atunci $a\cdot d=b\cdot c$. $\square$

b) Dacă $a\cdot d=b\cdot c$, $b\neq 0$ și $d\neq 0$, atunci $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$. $\square$

8. Folosind exercițiul 7. b), stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:

a) $\frac{2}{5}=\frac{4}{10}$; $\square$ b) $\frac{4}{3}=\frac{12}{9}$; $\square$ c) $\frac{25}{30}=\frac{5}{4}$; $\square$ d) $\frac{3}{8}=\frac{12}{32}$. $\square$

9. Folosind exercițiul 7. b), arătați că următoarele fracții sunt echivalente:

a) $\frac{2}{5}$ și $\frac{16}{40}$; b) $\frac{7}{4}$ și $\frac{35}{20}$; c) $\frac{5}{8}$ și $\frac{45}{72}$; d) $\frac{9}{8}$ și $\frac{63}{56}$.

d)

10. Scrieți două fracții echivalente folosind divizorii proprii ai numărului natural:

a) 12; b) 32; c) 18; d) 20.

d)

11. Folosind exercițiul 7. a), calculați numărul natural x pentru care:

a) $\frac{x}{9}=\frac{4}{3}$; b) $\frac{8}{x}=\frac{2}{7}$; c) $\frac{3}{4}=\frac{x}{8}$; d) $\frac{4}{3}=\frac{x}{9}$.

d)

12. Aflați fracția echivalentă cu fracția $\frac{6}{7}$ care are:

a) numărătorul 42; b) numitorul 35; c) numărătorul 54; d) numitorul 56.

d)

Exerciții și probleme de dificultate medie

13. Aflați numărul natural x, știind că următoarele fracții sunt echivalente:

a) $\frac{x+2}{4}$ și $\frac{7}{2}$; b) $\frac{6}{x+4}$ și $\frac{3}{4}$; c) $\frac{x-7}{6}$ și $\frac{3}{2}$; d) $\frac{5}{3}$ și $\frac{x-3}{9}$.

14. Aflaţi numărul natural n pentru care sunt echivalente fracţiile:

a) $\frac{2n}{21}$ şi $\frac{6}{7}$; b) $\frac{15}{4n}$ şi $\frac{3}{4}$; c) $\frac{9}{8}$ şi $\frac{3n}{16}$; d) $\frac{3}{8}$ şi $\frac{15}{4n}$.

15. Determinaţi numărul natural x, ştiind că:

a) $\frac{x}{2^{13}}=\frac{2^{15}}{4^{13}}$; b) $\frac{3^{11}}{x}=\frac{9^{17}}{3^{24}}$; c) $\frac{2^{17}}{8^{13}}=\frac{x}{2^{27}}$; d) $\frac{25^{15}}{5^{20}}=\frac{5^{12}}{x}$.

16. Arătaţi că următoarele fracţii sunt echivalente:

a) $\frac{2^{31}}{4^{20}}$ şi $\frac{2^{26}}{32^{7}}$; b) $\frac{9^{21}}{3^{53}}$ şi $\frac{27^{3}}{81^{5}}$; c) $\frac{4^{20}}{2^{25}}$ şi $\frac{64^{5}}{8^{5}}$; d) $\frac{3^{14}}{27^{8}}$ şi $\frac{81^{7}}{9^{19}}$.

17. Determinaţi numărul natural n pentru care următoarele fracţii ordinare sunt echivalente:

a) $\frac{2^{n}}{2^{10}}$ şi $\frac{2^{33}}{2^{6}}$; b) $\frac{3^{n}}{3^{10}}$ şi $\frac{3^{12}}{3^{9}}$; c) $\frac{5^{6}}{5^{n}}$ şi $\frac{5^{14}}{5^{19}}$; d) $\frac{3^{24}}{3^{20}}$ şi $\frac{3^{15}}{3^{n}}$.

18. Determinaţi cifra x, $x \neq 0$, dacă:

a) $\frac{7}{9}=\frac{\overline{x2}}{\overline{5x}}$; b) $\frac{\overline{x4}}{\overline{7x}}=\frac{1}{3}$; c) $\frac{\overline{x5}}{\overline{2x}}=\frac{5}{2}$; d) $\frac{\overline{x6}}{\overline{3x}}=\frac{8}{5}$.

Exerciţii şi probleme de dificultate avansată

19. Determinaţi numărul natural $\overline{ab}$, $a \neq 0$, $b \neq 0$, ştiind că:

a) $\frac{\overline{ab}}{\overline{ba}}=\frac{2}{9}$; b) $\frac{\overline{ab}}{\overline{ba}}=\frac{3}{8}$; c) $\frac{\overline{ab}}{\overline{ba}}=\frac{6}{5}$.

20. Determinaţi numărul natural n în fiecare dintre cazurile:

a) $\frac{32^{5}}{2^{n+3}}=\frac{8^{n}:4}{16^{3}}$; b) $\frac{3^{n+1}}{27^{4}}=\frac{9^{n}:3}{81^{5}}$; c) $\frac{64^{3}}{2^{n+4}}=\frac{4^{11}}{16^{n}:2}$.

Ce notă merit?
Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

(3p) **1.** Stabiliţi valoarea de adevăr a următoarelor propoziţii:

a) $\frac{5}{6}=\frac{10}{12}$; b) $\frac{4}{3}=\frac{16}{15}$; c) $\frac{63}{18}=\frac{7}{2}$.

(3p) **2.** Determinaţi fracţia ordinară care are numitorul egal cu 48 şi este echivalentă cu fracţia $\frac{9}{8}$.

(3p) **3.** Determinaţi numărul natural n pentru care fracţiile $\frac{7^{n}}{7^{10}}$ şi $\frac{7^{12}}{7^{17}}$ sunt echivalente.

Teste de evaluare sumativă

Testul 1

Se acordă 1 punct din oficiu.

(2p) **1.** Precizaţi: a) numitorul fracţiei $\frac{15}{13}$; b) numărătorul fracţiei $\frac{7}{9}$.

(2p) **2.** Scrieţi o fracţie ordinară: a) supraunitară; b) echiunitară.

(1p) **3.** Scoateţi întregii din fracţia ordinară $\frac{83}{10}$.

(1p) **4.** Arătaţi că fracţiile ordinare $\frac{3}{4}$ şi $\frac{21}{28}$ sunt echivalente.

(1p) **5.** Arătaţi că fracţia ordinară $\frac{5^{30}-5^{29}}{2^{60}}$ este supraunitară.

(2p) **6.** Determinaţi numărul natural n pentru care $\frac{2n}{5}=\frac{24}{20}$.

Testul 2

Se acordă 1 punct din oficiu.

(2p) **1.** Scrieţi fracţia care reprezintă: a) 19 ore dintr-o zi; b) 7 minute dintr-o oră.

(2p) **2.** Introduceţi întregii în fracţie: a) $3\frac{1}{4}$; b) $8\frac{5}{6}$.

(1p) **3.** Scrieţi fracţiile ordinare supraunitare care au numărătorul egal cu 3.

(1p) **4.** Determinaţi numărul natural x pentru care $\frac{7}{x}=\frac{21}{12}$.

(1p) **5.** Determinaţi numărul natural n pentru care fracţia ordinară $\frac{3^n}{2^5}$ este subunitară.

(2p) **6.** Aflaţi numărul natural x pentru care fracţiile $\frac{125}{5^{10}}$ şi $\frac{5^x}{25^{11}}$ sunt echivalente.

Testul 3

Se acordă 1 punct din oficiu.

(2p) **1.** Scrieţi fracţia ordinară care are:
a) numărătorul 5 şi numitorul 8; b) numitorul 9 şi numărătorul 2.

(2p) **2.** Scoateţi întregii din următoarele fracţii ordinare: a) $\frac{43}{8}$; b) $\frac{91}{11}$.

(1p) **3.** Scrieţi fracţiile ordinare subunitare care au numitorul egal cu 4.

(1p) **4.** Arătaţi că fracţiile ordinare $\frac{2}{3}$ şi $\frac{16}{24}$ sunt echivalente.

(1p) **5.** Determinaţi numărul natural n pentru care fracţia ordinară $\frac{27^4}{81^n}$ este echiunitară.

(2p) **6.** Determinaţi cifra x, $x \neq 0$, pentru care fracţiile $\frac{1}{3}$ şi $\frac{\overline{2x}}{\overline{x4}}$ sunt echivalente.

Fişă pentru portofoliul elevului

Numele şi prenumele:
Clasa a V-a
Capitolul: Fracţii ordinare
Se acordă 10 puncte din oficiu.

I. Dacă propoziţia este adevărată, subliniaţi litera A, iar dacă propoziţia este falsă, subliniaţi litera F.

(7p) **1.** Fracţia ordinară care are numărătorul 11 şi numitorul 16 este $\frac{16}{11}$. A F

(7p) **2.** Cea mai mare fracţie ordinară subunitară cu numitorul 7 este $\frac{6}{7}$. A F

(7p) **3.** Dacă scoatem întregii din fracţia $\frac{79}{10}$, obţinem $7\frac{9}{10}$. A F

II. Completaţi spaţiile punctate cu răspunsul corect.

(7p) **1.** După introducerea întregilor în fracţie, numărul mixt $4\frac{3}{5}$ se scrie ....

(7p) **2.** Fracţia ordinară $\frac{3^n}{81}$ este echiunitară pentru $n =$ ....

(7p) **3.** Fracţiile ordinare $\frac{2}{5}$ şi $\frac{6}{x}$ sunt echivalente pentru $x =$ ....

III. Încercuiţi litera corespunzătoare singurului răspuns corect.

(8p) **1.** Fracţia ordinară $\frac{2^5}{7^n}$ este supraunitară pentru n egal cu:

A. 0 sau 2; B. 0 sau 1; C. 1 sau 2; D. 2 sau 3.

(8p) **2.** Ştiind că $\frac{n+14}{3n-2} = \frac{12}{25}$, atunci numărul natural n este egal cu:

A. 16; B. 15; C. 27; D. 34.

(8p) **3.** Fracţia ordinară $\frac{3^{n+2}-5^n}{5^{n+1}-3^n}$, unde n este număr natural, este echiunitară pentru n egal cu:

A. 1; B. 2; C. 3; D. 4.

La exerciţiile IV. şi V. scrieţi pe fişă rezolvările complete.

IV. *(8p)* Se consideră fracţia ordinară $f = \frac{2^{n+2} \cdot 5^{n+2}}{2^n \cdot 5^{n+3} - 2^n \cdot 5^{n+2}}$, unde n este număr natural. Arătaţi că f este echiunitară.

V. *(8p)* a) Arătaţi că fracţia ordinară $f=\dfrac{2^{53}+2^{56}}{3^{36}+3^{37}}$ este subunitară.

(8p) b) Determinaţi fracţia $\dfrac{x}{y}$, $x\neq 0$, $y\neq 0$, pentru care $\dfrac{\overline{xy}}{4}=\dfrac{\overline{yx}}{7}$.

Lecţia 27. Amplificarea fracţiilor

Citesc şi reţin

Definiţie: A amplifica fracţia $\dfrac{a}{b}$ cu un număr natural c, $c\neq 0$, înseamnă **a înmulţi** numărătorul şi numitorul fracţiei cu c. Notăm astfel: $^{c)}\dfrac{a}{b}=\dfrac{a\cdot c}{b\cdot c}$.

Observaţie: Fracţia obţinută prin amplificare este **echivalentă** cu fracţia dată.

Cum se aplică?

1. Amplificaţi fracţia ordinară $\dfrac{5}{7}$ cu următoarele numere naturale:

a) 4; b) 5; c) 9.

Soluţie:

a) $^{4)}\dfrac{5}{7}=\dfrac{5\cdot 4}{7\cdot 4}=\dfrac{20}{28}$; b) $^{5)}\dfrac{5}{7}=\dfrac{5\cdot 5}{7\cdot 5}=\dfrac{25}{35}$; c) $^{9)}\dfrac{5}{7}=\dfrac{5\cdot 9}{7\cdot 9}=\dfrac{45}{63}$.

2. Determinaţi numărul natural cu care trebuie amplificată fracţia $\dfrac{9}{7}$ pentru a obţine o fracţie cu numărătorul:

a) 27; b) 72.

Soluţie:

a) $9\cdot n=27$, deci $n=27:9=3$; b) $9\cdot n=72$, deci $n=72:9=8$.

3. Amplificaţi fracţiile ordinare $\dfrac{7}{4},\dfrac{11}{5},\dfrac{9}{10}$, astfel încât să obţineţi fracţii cu numitorul 20.

Soluţie:

Prima fracţie se amplifică cu 20 : 4 = 5, a doua, cu 20 : 5 = 4, iar ultima, cu 20 : 10 = 2:

$^{5)}\dfrac{7}{4}=\dfrac{35}{20}$, $^{4)}\dfrac{11}{5}=\dfrac{44}{20}$, $^{2)}\dfrac{9}{10}=\dfrac{18}{20}$.

Ştiu să rezolv

Exerciţii şi probleme de dificultate minimă

1. Citiţi următoarele notaţii:

a) ${}^{10)}\frac{5}{9}$; b) ${}^{7)}\frac{25}{31}$; c) ${}^{5)}\frac{53}{47}$; d) ${}^{15)}\frac{8}{3}$.

2. Stabiliţi valoarea de adevăr a următoarelor propoziţii:

a) ${}^{3)}\frac{10}{12}=\frac{10\cdot 3}{12\cdot 3}=\frac{30}{36}$; $\square$ b) ${}^{4)}\frac{20}{16}=\frac{20:4}{16:4}=\frac{5}{4}$; $\square$ c) ${}^{5)}\frac{15}{14}=\frac{15\cdot 5}{14\cdot 5}=\frac{75}{70}$. $\square$

3. Efectuaţi amplificările:

a) ${}^{3)}\frac{2}{3}=$ ....; b) ${}^{4)}\frac{2}{3}=$ ....; c) ${}^{7)}\frac{2}{3}=$ ....

4. Efectuaţi amplificările:

a) ${}^{6)}\frac{7}{8}=$ ....; b) ${}^{8)}\frac{7}{8}=$ ....; c) ${}^{9)}\frac{7}{8}=$ ....

5. Amplificaţi cu 5 fracţiile următoare:

a) $\frac{4}{7}=$ ....; b) $\frac{5}{9}=$ ....; c) $\frac{8}{3}=$ ....

6. Amplificaţi cu 10 fracţiile următoare:

a) $\frac{11}{21}=$ ....; b) $\frac{23}{19}=$ ....; c) $\frac{25}{42}=$ ....

7. Completaţi tabelul următor:

${}^{n)}\frac{4}{7}=\frac{12}{21}$	${}^{n)}\frac{2}{5}=\frac{10}{25}$	${}^{n)}\frac{3}{4}=\frac{21}{28}$	${}^{n)}\frac{8}{5}=\frac{64}{40}$
$n=$	$n=$	$n=$	$n=$

8. Amplificaţi fiecare fracţie cu un număr natural pentru a avea numărătorul 24:

a) ${}^{)}\frac{8}{5}=$ ....; b) ${}^{)}\frac{6}{7}=$ ....; c) ${}^{)}\frac{4}{9}=$ ....

9. Amplificaţi fiecare fracţie cu un număr natural pentru a avea numitorul 60:

a) ${}^{)}\frac{19}{15}=$ ....; b) ${}^{)}\frac{17}{12}=$ ....; c) ${}^{)}\frac{13}{10}=$ ....

10. Amplificaţi fiecare fracţie cu un număr natural pentru a avea numărătorul 75:

a) ${}^{)}\frac{15}{8}=$ ....; b) ${}^{)}\frac{3}{2}=$ ....; c) ${}^{)}\frac{5}{4}=$ ....

Exerciţii şi probleme de dificultate medie

11. Amplificaţi fracţiile ordinare $\frac{17}{6}$ şi $\frac{2}{9}$, astfel încât să obţineţi fracţii cu numitorul 18.

12. Amplificaţi fracţiile $\frac{4}{15}$ şi $\frac{10}{3}$, astfel încât să obţineţi fracţii cu numărătorul 20.

13. Amplificaţi fracţiile $\frac{5}{8}, \frac{11}{12}, \frac{13}{16}$, astfel încât să obţineţi fracţii cu numitorul 48.

14. Amplificaţi fracţiile $\frac{12}{11}, \frac{10}{7}, \frac{15}{4}$, astfel încât să obţineţi fracţii cu numărătorul 60.

15. Amplificaţi fracţiile $\frac{7}{8}, \frac{9}{4}, \frac{11}{12}, \frac{25}{24}$, astfel încât să obţineţi fracţii cu numitorul 96.

16. Amplificaţi fracţiile $\frac{6}{5}, \frac{7}{8}, \frac{12}{11}, \frac{28}{25}$, astfel încât să obţineţi fracţii cu numărătorul 84.

17. Amplificaţi fracţiile $\frac{3}{4}, \frac{5}{6}, \frac{3}{8}, \frac{11}{12}, \frac{19}{24}$, astfel încât să obţineţi fracţii cu numitorul 72.

18. Amplificaţi fracţiile $\frac{3}{5}, \frac{5}{2}, \frac{6}{5}, \frac{15}{11}, \frac{18}{25}$, astfel încât să obţineţi fracţii cu numărătorul 90.

Exerciţii şi probleme de dificultate avansată

19. Amplificaţi fracţiile $\frac{1}{5 \cdot 10^n}$ şi $\frac{3}{4 \cdot 10^n}$, unde n este număr natural, astfel încât să obţineţi fracţii cu numitorul 10^{n+3}.

20. Scrieţi fracţia care se obţine prin amplificarea fracţiei $\frac{\overline{ab}}{\overline{cd}}$, $a \neq 0$ şi $c \neq 0$, cu numărul natural 10101.

Ce notă merit?
Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

(3p) **1.** Amplificaţi cu 10 următoarele fracţii ordinare:

a) $\frac{17}{11}$; b) $\frac{21}{19}$; c) $\frac{23}{26}$.

(3p) **2.** Determinaţi numărul natural cu care trebuie amplificată fracţia ordinară $\frac{4}{7}$ pentru a avea:

a) numărătorul 20; b) numitorul 56.

(3p) **3.** Amplificaţi fracţiile ordinare $\frac{10}{18}, \frac{3}{4}$ şi $\frac{15}{12}$, astfel încât să aibă:

a) acelaşi numărător, 30; b) acelaşi numitor, 72.

Lecţia 28. Simplificarea fracţiilor

Citesc şi reţin

Definiţie: Fie a şi b două numere naturale date, $b \neq 0$ şi c un divizor comun al lor, $c \neq 1$. **A simplifica** fracţia $\frac{a}{b}$ cu numărul natural c înseamnă a împărţi numărătorul şi numitorul fracţiei la c. Notăm astfel: $\frac{a}{b}^{(c} = \frac{a:c}{b:c}$.

Observaţie: Fracţia obţinută prin simplificare este **echivalentă** cu fracţia dată.

Definiţie: O fracţie care nu se mai poate simplifica se numeşte **fracţie ireductibilă**.

Definiţie: O fracţie care se mai poate simplifica se numeşte **fracţie reductibilă**.

Cum se aplică?

1. Simplificaţi fracţia $\frac{12}{18}$ cu următoarele numere naturale:

a) 2; b) 3; c) 6.

Soluţie:

a) $\frac{12}{18}^{(2} = \frac{12:2}{18:2} = \frac{6}{9}$; b) $\frac{12}{18}^{(3} = \frac{12:3}{18:3} = \frac{4}{6}$; c) $\frac{12}{18}^{(6} = \frac{12:6}{18:6} = \frac{2}{3}$.

2. Simplificaţi fracţiile următoare până obţineţi fracţii ireductibile:

a) $\frac{150}{210}$; b) $\frac{3^{17}}{9^{10}}$.

Soluţie:

a) $\frac{150}{210}^{(10} = \frac{15}{21}^{(3} = \frac{5}{7}$; b) $\frac{3^{17}}{9^{10}} = \frac{3^{17}}{(3^2)^{10}} = \frac{3^{17}}{3^{20}}^{(3^{17}} = \frac{3^0}{3^3} = \frac{1}{27}$.

3. Simplificaţi fracţiile următoare până obţineţi fracţii ireductibile:

a) $\frac{2^{21}-2^{19}}{2^{23}+2^{20}}$; b) $\frac{13013}{91091}$.

Soluţie:

a) $\frac{2^{21}-2^{19}}{2^{23}+2^{20}} = \frac{2^{19}(2^2-2^0)}{2^{20}(2^3+2^0)} = \frac{2^{19}(4-1)}{2^{20}(8+1)} = \frac{2^{19}\cdot 3}{2^{20}\cdot 9}^{(3} = \frac{2^{19}}{2^{20}\cdot 3}^{(2^{19}} = \frac{1}{2^1\cdot 3} = \frac{1}{6}$;

b) $\frac{13013}{91091} = \frac{13\cdot 10^3+13}{91\cdot 10^3+91} = \frac{13(10^3+1)}{91(10^3+1)} = \frac{13\cdot 1001}{91\cdot 1001}^{(1001} = \frac{13}{91}^{(13} = \frac{1}{7}$.

Ştiu să rezolv

Exerciţii şi probleme de dificultate minimă

1. Citiţi următoarele notaţii:

a) $\frac{27^{(3}}{15}$; b) $\frac{35^{(7}}{42}$; c) $\frac{40^{(5}}{45}$; d) $\frac{72^{(8}}{56}$.

2. Stabiliţi valoarea de adevăr a următoarelor propoziţii:

a) $\frac{15^{(3}}{12}=\frac{15\cdot 3}{12\cdot 3}=\frac{45}{36}$; $\square$ b) $\frac{18^{(6}}{24}=\frac{18:6}{24:6}=\frac{3}{4}$; $\square$ c) $\frac{35^{(7}}{56}=\frac{35:7}{56:7}=\frac{5}{8}$. $\square$

3. Efectuaţi simplificările:

a) $\frac{9^{(3}}{12}=$ ....; b) $\frac{6^{(3}}{15}=$ ....; c) $\frac{30^{(3}}{27}=$ ....

4. Efectuaţi simplificările:

a) $\frac{8^{(4}}{12}=$ ....; b) $\frac{24^{(4}}{20}=$ ....; c) $\frac{28^{(4}}{40}=$ ....

5. Simplificaţi cu 5 fracţiile următoare:

a) $\frac{15}{10}=$ ....; b) $\frac{20}{45}=$ ....; c) $\frac{35}{30}=$ ....

6. Simplificaţi cu 8 fracţiile următoare:

a) $\frac{32}{24}=$ ....; b) $\frac{64}{40}=$ ....; c) $\frac{56}{72}=$ ....

7. Efectuaţi simplificările:

a) $\frac{48^{(6}}{72}=$ ....; b) $\frac{84^{(7}}{56}=$ ....; c) $\frac{63^{(9}}{45}=$ ....

8. Completaţi tabelul următor:

$\frac{28^{(n}}{24}=\frac{7}{6}$	$\frac{25^{(n}}{30}=\frac{5}{6}$	$\frac{21^{(n}}{35}=\frac{3}{5}$	$\frac{32^{(n}}{40}=\frac{4}{5}$
$n=$	$n=$	$n=$	$n=$

9. Dintre următoarele fracţii ordinare, subliniaţi-le pe cele care sunt reductibile:

a) $\frac{9}{24}$; b) $\frac{5}{52}$; c) $\frac{4}{28}$; d) $\frac{6}{27}$; e) $\frac{8}{25}$; f) $\frac{7}{35}$;

g) $\frac{32}{55}$; h) $\frac{42}{51}$; i) $\frac{60}{49}$; j) $\frac{56}{35}$; k) $\frac{45}{40}$; l) $\frac{72}{48}$.

10. Simplificaţi fracţiile următoare până devin ireductibile:

a) $\frac{30}{12}$; b) $\frac{28}{42}$; c) $\frac{32}{40}$; d) $\frac{45}{27}$; e) $\frac{36}{48}$; f) $\frac{48}{54}$;

g) $\frac{75}{50}$; h) $\frac{80}{64}$; i) $\frac{81}{54}$; j) $\frac{72}{90}$; k) $\frac{60}{84}$; l) $\frac{84}{96}$.

d)	f)
j)	l)

Exerciţii şi probleme de dificultate medie

11. Simplificaţi fracţiile următoare până devin ireductibile:

a) $\frac{210}{120}$; b) $\frac{144}{180}$; c) $\frac{196}{140}$; d) $\frac{252}{189}$; e) $\frac{256}{288}$; f) $\frac{315}{270}$;

g) $\frac{324}{243}$; h) $\frac{240}{336}$; i) $\frac{225}{600}$; j) $\frac{504}{420}$; k) $\frac{720}{576}$; l) $\frac{650}{845}$.

12. Simplificaţi fracţiile următoare până când obţineţi fracţii ireductibile:

a) $\frac{2^{20}}{2^{21}}$; b) $\frac{3^{34}}{3^{37}}$; c) $\frac{5^{63}}{5^{65}}$; d) $\frac{6^{47}}{6^{48}}$; e) $\frac{7^{78}}{7^{80}}$; f) $\frac{4^{88}}{4^{91}}$;

g) $\frac{2^{49}}{8^{17}}$; h) $\frac{8^{25}}{16^{20}}$; i) $\frac{4^{26}}{32^{11}}$; j) $\frac{9^{17}}{3^{37}}$; k) $\frac{27^{30}}{3^{91}}$; l) $\frac{81^{19}}{9^{39}}$.

13. Determinaţi cifra x pentru care următoarele fracţii sunt reductibile:

a) $\frac{15}{\overline{4x}}$; b) $\frac{\overline{5x}}{21}$; c) $\frac{35}{\overline{6x}}$; d) $\frac{\overline{8x}}{63}$.

14. Determinaţi cifra x pentru care fracţiile următoare sunt ireductibile:

a) $\frac{\overline{2x}}{14}$; b) $\frac{45}{\overline{5x}}$; c) $\frac{\overline{3x}}{75}$; d) $\frac{42}{\overline{8x}}$.

15. Simplificaţi fracţiile următoare până devin fracţii ireductibile:

a) $\frac{2^{20}}{2^{18}+2^{19}}$; b) $\frac{5^{21}-5^{20}}{5^{21}}$; c) $\frac{3^{15}+3^{17}}{3^{18}}$; d) $\frac{7^{13}}{7^{13}-7^{12}}$.

16. Simplificaţi următoarele fracţiile până devin ireductibile:

a) $\frac{2^{92}-2^{90}}{2^{90}+2^{93}}$; b) $\frac{5^{42}-5^{40}}{5^{43}-5^{42}}$; c) $\frac{6^{53}+6^{54}}{6^{56}-6^{54}}$; d) $\frac{7^{87}-7^{85}}{7^{88}+7^{87}}$.

17. Simplificaţi fracţiile următoare până când obţineţi fracţii ireductibile:

a) $\frac{131313}{656565}$; b) $\frac{140014}{420042}$; c) $\frac{70707}{616161}$; d) $\frac{50505}{373737}$.

18. Simplificaţi fracţiile următoare până devin fracţii ireductibile:

a) $\dfrac{3^{50}+81^{12}}{9^{25}-27^{16}}$; b) $\dfrac{5^{97}-125^{32}}{5^{98}-25^{48}}$; c) $\dfrac{8^{24}-128^{10}}{4^{35}+2^{73}}$; d) $\dfrac{2^{43}+4^{21}}{64^{7}+16^{11}}$.

Exerciţii şi probleme de dificultate avansată

19. Simplificaţi fracţia ordinară $f=\dfrac{1+2+3+...+74}{75+76+77+...+999}$ până devine ireductibilă.

20. Arătaţi că următoarele fracţii sunt reductibile, pentru orice număr natural n:

a) $\dfrac{2^n\cdot3^{n+1}+2^{n+2}\cdot3^n}{3^n\cdot5^{n+1}+3^{n+2}\cdot5^n}$; b) $\dfrac{2^{n+3}\cdot7^n+2^n\cdot7^{n+1}}{3^n\cdot7^{n+2}-3^{n+2}\cdot7^n}$; c) $\dfrac{3^{n+3}\cdot7^n-3^n\cdot7^{n+1}}{5^n\cdot7^{n+2}-5^{n+2}\cdot7^n}$.

Ce notă merit?
Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

(3p) **1.** Simplificaţi următoarele fracţii ordinare până devin ireductibile:

a) $\dfrac{36}{24}$; b) $\dfrac{45}{54}$; c) $\dfrac{180}{144}$.

(3p) **2.** Simplificaţi fracţia ordinară $\dfrac{7^{21}}{7^{20}+7^{21}}$ până devine ireductibilă.

(3p) **3.** Determinaţi cifra a pentru care fracţia ordinară $\dfrac{\overline{5a}}{12}$ este ireductibilă.

Lecţia 29. Aducerea fracţiilor la acelaşi numitor comun

Citesc şi reţin

Pentru **a aduce** două sau mai multe fracţii ordinare la **cel mai mic numitor comun** procedăm astfel:

– se află c.m.m.m.c. al numitorilor fracţiilor date;

– se amplifică fiecare fracţie cu câtul dintre c.m.m.m.c. al numitorilor şi numitorul fracţiei respective.

Cum se aplică?

1. Aduceţi la acelaşi numitor comun fracţiile:

a) $\dfrac{5}{2}, \dfrac{3}{8}$; b) $\dfrac{3}{4}, \dfrac{5}{6}, \dfrac{7}{12}$.

Soluţie:

a) Cel mai mic numitor comun al fracţiilor $\frac{5}{2}$ şi $\frac{3}{8}$ este 8. 8 : 2 = 4, ${}^{4)}\frac{5}{2} = \frac{20}{8}$, 8 : 8 = 1, ${}^{1)}\frac{3}{8} = \frac{3}{8}$.

b) Cel mai mic numitor comun al fracţiilor $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$ şi $\frac{7}{12}$ este 12. 12 : 4 = 3, ${}^{3)}\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$, 12 : 6 = 2, ${}^{2)}\frac{5}{6} = \frac{10}{12}$, 12 : 12 = 1, ${}^{1)}\frac{7}{12} = \frac{7}{12}$.

2. Aduceţi la acelaşi numitor comun fracţiile:

a) $\frac{7}{4}$, $\frac{13}{10}$; b) $\frac{11}{6}$, $\frac{5}{18}$, $\frac{16}{27}$.

Soluţie:

a) Cel mai mic numitor comun al fracţiilor $\frac{7}{4}$ şi $\frac{13}{10}$ este 20. 20 : 4 = 5, ${}^{5)}\frac{7}{4} = \frac{35}{20}$, 20 : 10 = 2, ${}^{2)}\frac{13}{10} = \frac{26}{20}$.

b) Cel mai mic numitor comun al fracţiilor $\frac{11}{6}$, $\frac{5}{18}$ şi $\frac{16}{27}$ este 54. 54 : 6 = 9, ${}^{9)}\frac{11}{6} = \frac{99}{54}$, 54 : 18 = 3, ${}^{3)}\frac{5}{18} = \frac{15}{54}$, 54 : 27 = 2, ${}^{2)}\frac{16}{27} = \frac{32}{54}$.

Ştiu să rezolv

Exerciţii şi probleme de dificultate minimă

1. Încercuiţi litera corespunzătoare singurului răspuns corect. Cel mai mic numitor comun al fracţiilor $\frac{5}{2}$ şi $\frac{1}{6}$ este:

A. 2; B. 4; C. 3; D. 6.

2. Încercuiţi litera corespunzătoare singurului răspuns corect. Cel mai mic numitor comun al fracţiilor $\frac{13}{10}$, $\frac{7}{6}$ şi $\frac{11}{15}$ este:

A. 45; B. 30; C. 60; D. 90.

3. Amplificaţi fiecare fracţie cu un număr pentru a avea numitorul 20:

a) ${}^{)}\frac{9}{10}$ = ...; b) ${}^{)}\frac{8}{5}$ = ...; c) ${}^{)}\frac{11}{4}$ = ...; d) ${}^{)}\frac{5}{2}$ = ...

4. Amplificaţi fiecare fracţie cu un număr pentru a avea numitorul 24:

a) ${}^{)}\frac{7}{8}$ = ...; b) ${}^{)}\frac{5}{6}$ = ...; c) ${}^{)}\frac{7}{4}$ = ...; d) ${}^{)}\frac{11}{3}$ = ...

5. Completaţi spaţiile punctate cu cel mai mic numitor comun pentru următoarele fracţii:

a) $\frac{7}{2}$ şi $\frac{5}{4}$ ....; b) $\frac{5}{8}$ şi $\frac{3}{4}$ ....; c) $\frac{8}{3}$ şi $\frac{7}{6}$ ....; d) $\frac{8}{9}$ şi $\frac{4}{3}$ ....

6. Completaţi spaţiile punctate cu cel mai mic numitor comun pentru următoarele fracţii:

a) $\frac{3}{4}$ şi $\frac{2}{3}$ ....; b) $\frac{7}{2}$ şi $\frac{3}{5}$ ....; c) $\frac{8}{3}$ şi $\frac{4}{5}$ ....; d) $\frac{1}{6}$ şi $\frac{5}{9}$ ....

7. Completaţi spaţiile punctate cu cel mai mic numitor comun pentru următoarele fracţii:

a) $\frac{7}{16}, \frac{3}{8}, \frac{11}{32}$ ....; b) $\frac{5}{12}, \frac{4}{3}, \frac{13}{36}$ ....; c) $\frac{2}{7}, \frac{3}{14}, \frac{25}{28}$ ....; d) $\frac{4}{15}, \frac{2}{3}, \frac{27}{30}$ ....

8. Completaţi spaţiile punctate cu cel mai mic numitor comun pentru următoarele fracţii:

a) $\frac{5}{4}, \frac{1}{6}, \frac{7}{8}$ ....; b) $\frac{2}{9}, \frac{5}{6}, \frac{7}{4}$ ....; c) $\frac{7}{4}, \frac{3}{10}, \frac{9}{8}$ ....; d) $\frac{3}{8}, \frac{7}{6}, \frac{5}{9}$ ....

9. Aduceţi la acelaşi numitor comun următoarele fracţii ordinare:

a) $\frac{3}{10}$ şi $\frac{4}{5}$; b) $\frac{3}{4}$ şi $\frac{5}{12}$; c) $\frac{2}{15}$ şi $\frac{8}{3}$; d) $\frac{7}{6}$ şi $\frac{5}{18}$.

c)	
d)	

Exerciţii şi probleme de dificultate medie

10. Aduceţi la acelaşi numitor comun următoarele fracţii ordinare:

a) $\frac{9}{10}$ şi $\frac{3}{4}$; b) $\frac{5}{8}$ şi $\frac{7}{12}$; c) $\frac{2}{15}$ şi $\frac{5}{6}$; d) $\frac{4}{9}$ şi $\frac{7}{12}$.

11. Aduceţi la acelaşi numitor comun următoarele fracţii ordinare:

a) $\frac{5}{2}, \frac{1}{6}, \frac{7}{18}$; b) $\frac{7}{24}, \frac{5}{4}, \frac{3}{8}$; c) $\frac{5}{6}, \frac{1}{30}, \frac{4}{15}$; d) $\frac{7}{9}, \frac{1}{6}, \frac{5}{36}$.

12. Aduceţi la acelaşi numitor comun următoarele fracţii ordinare:

a) $\frac{2}{7}, \frac{5}{4}, \frac{3}{14}$; b) $\frac{5}{6}, \frac{3}{5}, \frac{1}{10}$; c) $\frac{2}{9}, \frac{5}{18}, \frac{7}{4}$; d) $\frac{7}{8}, \frac{4}{5}, \frac{3}{10}$.

13. Aduceţi la acelaşi numitor comun următoarele fracţii ordinare:

a) $\frac{4}{15}, \frac{3}{5}, \frac{8}{9}$; b) $\frac{7}{12}, \frac{3}{10}, \frac{4}{15}$; c) $\frac{8}{9}, \frac{4}{21}, \frac{5}{7}$; d) $\frac{5}{18}, \frac{7}{6}, \frac{4}{27}$.

14. Aduceţi la acelaşi numitor comun următoarele fracţii ordinare:

a) $\frac{2}{9}, \frac{5}{24}, \frac{7}{18}$; b) $\frac{3}{20}, \frac{4}{5}, \frac{9}{16}$; c) $\frac{4}{15}, \frac{2}{5}, \frac{7}{25}$; d) $\frac{5}{28}, \frac{3}{14}, \frac{7}{12}$.

15. Aduceţi la acelaşi numitor comun următoarele fracţii ordinare:

a) $\frac{5}{6}, \frac{3}{8}, \frac{11}{16}, \frac{25}{24}$; b) $\frac{4}{7}, \frac{5}{8}, \frac{11}{14}, \frac{25}{28}$; c) $\frac{2}{5}, \frac{1}{6}, \frac{11}{15}, \frac{13}{18}$; d) $\frac{3}{4}, \frac{2}{5}, \frac{11}{20}, \frac{17}{25}$.

Exerciţii şi probleme de dificultate avansată

16. Aduceţi la acelaşi numitor comun fracţiile $\frac{3}{8 \cdot 10^{n-1}}$ şi $\frac{7}{5 \cdot 10^{n+1}}$, unde n este număr natural diferit de zero.

17. Determinaţi fracţiile ordinare $\frac{a}{\overline{ab}}$ şi $\frac{b}{\overline{ba}}$, $0 < a < b$, ştiind că cel mai mic numitor comun al lor este 84.

Ce notă merit?
Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

(3p) **1.** Determinaţi cel mai mic numitor comun pentru următoarele fracţii ordinare:

a) $\frac{3}{2}, \frac{4}{9}$; b) $\frac{9}{4}, \frac{11}{14}$; c) $\frac{7}{12}, \frac{5}{9}$.

(3p) **2.** Aduceţi la acelaşi numitor comun fracţiile ordinare:

a) $\frac{11}{12}$ şi $\frac{17}{18}$; b) $\frac{4}{5}, \frac{7}{8}$ şi $\frac{11}{10}$.

(3p) **3.** Aduceţi la acelaşi numitor comun fracţiile ordinare $\frac{11}{12}, \frac{1}{6}, \frac{13}{24}$ şi $\frac{15}{32}$.

Lecţia 30. Compararea fracţiilor ordinare

Citesc şi reţin

Dintre două fracţii ordinare cu acelaşi numitor este mai mare fracţia cu numărătorul mai mare.

$$\frac{a}{n} > \frac{b}{n}, \text{ dacă } a > b.$$

Dintre două fracţii ordinare cu acelaşi numărător este mai mare fracţia cu numitorul mai mic:

$$\frac{n}{a} > \frac{n}{b}, \text{ dacă } a < b.$$

Observaţie: Pentru a compara două fracţii ordinare care au numărătorii şi numitorii diferiţi, se aduc fracţiile respective la acelaşi numărător comun sau la acelaşi numitor comun.

Cum se aplică?

1. Stabiliţi valoarea de adevăr a propoziţiilor:

a) $\frac{29}{12} > \frac{23}{12}$; b) $\frac{31}{25} < \frac{31}{20}$.

Soluţie:

a) Propoziţia $\frac{29}{12} > \frac{23}{12}$ este adevărată, deoarece fracţiile au acelaşi numitor, 12, iar fracţia $\frac{29}{12}$ are numărătorul mai mare decât fracţia $\frac{23}{12}$;

b) Propoziţia $\frac{31}{25} < \frac{31}{20}$ este adevărată, deoarece fracţiile au acelaşi numărător, 31, iar fracţia $\frac{31}{25}$ are numitorul mai mare decât fracţia $\frac{31}{20}$.

2. Comparaţi fracţiile:

a) $\frac{19}{4}$ şi $\frac{25}{6}$; b) $\frac{4}{17}$ şi $\frac{10}{39}$.

Soluţie:

a) Aducem fracţiile la acelaşi numitor comun: $^{3)}\frac{19}{4} = \frac{57}{12}$, $^{2)}\frac{25}{6} = \frac{50}{12}$, deci $\frac{57}{12} > \frac{50}{12}$, aşadar, $\frac{19}{4} > \frac{25}{6}$;

b) Aducem fracţiile la acelaşi numărător comun: $^{5)}\frac{4}{17} = \frac{20}{85}$, $^{2)}\frac{10}{39} = \frac{20}{78}$, deci $\frac{20}{85} < \frac{20}{78}$, aşadar, $\frac{4}{17} < \frac{10}{39}$.

3. Scrieţi în ordine crescătoare fracţiile ordinare $\frac{13}{9}$, $\frac{25}{18}$ şi $\frac{17}{12}$.

Soluţie:

Aducem fracţiile la acelaşi numitor comun care este 36; $^{4)}\frac{13}{9} = \frac{52}{36}$, $^{2)}\frac{25}{18} = \frac{50}{36}$ şi $^{3)}\frac{17}{12} = \frac{51}{36}$, de unde rezultă că $\frac{50}{36} < \frac{51}{36} < \frac{52}{36}$, prin urmare, scriind în ordine crescătoare fracţiile, obţinem: $\frac{25}{18}, \frac{17}{12}, \frac{13}{9}$.

Ştiu să rezolv

Exerciţii şi probleme de dificultate minimă

1. Stabiliţi valoarea de adevăr a următoarelor propoziţii:

a) $\frac{7}{5} < \frac{8}{5}$; $\square$ b) $\frac{11}{4} > \frac{9}{4}$; $\square$ c) $\frac{8}{7} > \frac{9}{7}$; $\square$ d) $\frac{5}{3} < \frac{4}{3}$; $\square$

e) $\frac{18}{11} > \frac{17}{11}$; $\square$ f) $\frac{19}{13} < \frac{12}{13}$; $\square$ g) $\frac{15}{19} > \frac{16}{19}$; $\square$ h) $\frac{23}{15} < \frac{28}{15}$. $\square$

2. Stabiliţi valoarea de adevăr a următoarelor propoziţii:

a) $\frac{3}{5} < \frac{3}{4}$; $\square$ b) $\frac{5}{6} > \frac{5}{7}$; $\square$ c) $\frac{7}{4} < \frac{7}{6}$; $\square$ d) $\frac{8}{5} > \frac{8}{9}$; $\square$

e) $\frac{19}{11} < \frac{19}{10}$; $\square$ f) $\frac{14}{13} < \frac{14}{15}$; $\square$ g) $\frac{21}{19} > \frac{21}{16}$; $\square$ h) $\frac{35}{27} > \frac{35}{29}$. $\square$

3. Scrieţi în casetă un număr natural, astfel încât propoziţia respectivă să fie adevărată:

a) $\frac{31}{27} > \frac{\square}{27}$; b) $\frac{\square}{53} < \frac{41}{53}$; c) $\frac{\square}{29} > \frac{67}{29}$; d) $\frac{75}{31} < \frac{\square}{31}$;

e) $\frac{\square}{43} < \frac{60}{43}$; f) $\frac{71}{52} > \frac{\square}{52}$; g) $\frac{19}{61} < \frac{\square}{61}$; h) $\frac{\square}{73} > \frac{45}{73}$.

4. Scrieţi în casetă un număr natural, astfel încât propoziţia respectivă să fie adevărată:

a) $\frac{23}{13} > \frac{23}{\square}$; b) $\frac{37}{\square} < \frac{37}{24}$; c) $\frac{43}{50} > \frac{43}{\square}$; d) $\frac{25}{\square} < \frac{25}{61}$;

e) $\frac{53}{\square} < \frac{53}{25}$; f) $\frac{67}{75} > \frac{67}{\square}$; g) $\frac{79}{64} < \frac{79}{\square}$; h) $\frac{83}{90} > \frac{83}{\square}$.

5. Comparaţi următoarele fracţii ordinare, aducându-le la acelaşi numitor comun:

a) $\frac{3}{2}$ şi $\frac{7}{5}$; b) $\frac{7}{4}$ şi $\frac{11}{6}$; c) $\frac{9}{8}$ şi $\frac{7}{6}$;

d) $\frac{11}{6}$ şi $\frac{14}{9}$; e) $\frac{19}{8}$ şi $\frac{21}{10}$; f) $\frac{26}{15}$ şi $\frac{11}{6}$.

e)

Exerciţii şi probleme de dificultate medie

6. Pentru a merge într-o excursie, doi fraţi, Ştefan şi Andrei, au primit de la părinţi aceeaşi sumă de bani. La întoarcere, Ştefan a constatat că a cheltuit $\frac{3}{4}$ din suma primită, iar Andrei, $\frac{7}{9}$ din suma primită. Precizaţi care dintre cei doi fraţi s-a întors din excursie cu o sumă mai mare de bani.

7. Comparaţi următoarele fracţii ordinare, aducându-le la acelaşi numărător comun:

a) $\frac{2}{7}$ şi $\frac{8}{25}$; b) $\frac{3}{8}$ şi $\frac{8}{23}$; c) $\frac{10}{11}$ şi $\frac{6}{7}$;

d) $\frac{6}{13}$ şi $\frac{15}{32}$; e) $\frac{12}{25}$ şi $\frac{9}{19}$; f) $\frac{9}{28}$ şi $\frac{15}{46}$.

8. Determinaţi numărul natural n pentru care următoarele propoziţii sunt adevărate:

a) $\frac{n}{7}<\frac{4}{7}$; b) $\frac{6}{5}<\frac{6}{n}$; c) $\frac{3}{8}>\frac{n}{8}$; d) $\frac{9}{4}<\frac{9}{n}$.

9. Scrieţi în ordine crescătoare următoarele fracţii ordinare:

a) $\frac{7}{2}, \frac{10}{3}, \frac{11}{4}$; b) $\frac{11}{4}, \frac{8}{3}, \frac{13}{6}$; c) $\frac{7}{6}, \frac{11}{9}, \frac{19}{18}$;

d) $\frac{13}{10}, \frac{29}{20}, \frac{5}{4}$; e) $\frac{15}{8}, \frac{11}{6}, \frac{23}{12}$; f) $\frac{19}{6}, \frac{46}{15}, \frac{17}{5}$.

10. Precizaţi cea mai mare şi cea mai mică dintre următoarele fracţii ordinare:

a) $\frac{2}{7}, \frac{3}{10}, \frac{4}{11}$; b) $\frac{4}{11}, \frac{3}{8}, \frac{6}{13}$; c) $\frac{3}{11}, \frac{2}{5}, \frac{9}{31}$;

d) $\frac{10}{9}, \frac{6}{5}, \frac{30}{29}$; e) $\frac{32}{75}, \frac{4}{11}, \frac{8}{19}$; f) $\frac{12}{25}, \frac{18}{29}, \frac{4}{7}$.

11. Comparaţi fracţiile ordinare:

a) $\frac{2^{27}+2^{27}}{2^{27}+2^{28}}$ şi $\frac{2^{29}-2^{26}}{2^{26}+2^{29}}$; b) $\frac{3^{20}-3^{18}}{3^{17}+3^{20}}$ şi $\frac{3^{23}-3^{21}}{3^{21}+3^{23}}$.

12. Arătaţi că:

a) $\frac{1+2+3+...+48}{1+2+3+...+49}>\frac{23}{25}$; b) $\frac{1+2+3+...+64}{1+2+3+...+63}<\frac{13}{12}$;

c) $\frac{1+2+3+...+74}{1+2+3+...+75}>\frac{18}{19}$; d) $\frac{1+2+3+...+86}{1+2+3+...+85}<\frac{29}{28}$.

13. Determinaţi numărul natural n, pentru care următoarele propoziţii sunt adevărate:

a) $\frac{27^n \cdot 3}{16^{10}}<\frac{3^{n+7}:9}{32^8}$; b) $\frac{8^n \cdot 16}{27^{12}}>\frac{32^n:4}{81^9}$; c) $\frac{7^{2n}}{49^4}<\frac{7^6:7^n}{7 \cdot 7^7}$.

14. Determinaţi numărul natural n, pentru care următoarele propoziţii sunt adevărate:

a) $\frac{27^{16}}{4^{n+1} \cdot 8}<\frac{81^{12}}{64^n:8}$; b) $\frac{9^{10}}{9^n:3}>\frac{81^5}{3^n \cdot 27}$; c) $\frac{4 \cdot 32^2}{16^n:4}>\frac{16^3}{4^{n+3}}$.

15. Comparaţi fracţiile ordinare:

a) $\frac{2^{51}}{7 \cdot 7^9}$ şi $\frac{3^{34}}{49^5}$; b) $\frac{3^{57}}{4^{33}}$ şi $\frac{5^{38}}{8^{22}}$; c) $\frac{3 \cdot 9^{10}}{2^{77}}$ şi $\frac{27^7}{5^{33}}$; d) $\frac{25^7}{11^{26}}$ şi $\frac{5 \cdot 5^{13}}{2^{91}}$.

Exerciţii şi probleme de dificultate avansată

16. Determinaţi numărul natural k, $k \neq 0$, pentru care $\frac{16 \cdot 10^{n-1}}{3} < \frac{10^{n+2}}{37k} < \frac{25 \cdot 10^{n+1}}{7}$, unde n este număr natural, $n \geq 1$.

17. Aflaţi numărul natural n, $n \neq 0$, pentru care:

$$\frac{2^0 + 2^1 + 2^2 + ... + 2^{100}}{2 + 2^2 + 2^3 + ... + 2^{101}} < \frac{3n-2}{n+6} < \frac{2 + 2^1 + 2^2 + ... + 2^{103}}{2^0 + 2^1 + 2^2 + ... + 2^{102}}.$$

Ce notă merit?
Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

(3p) **1.** Scrieţi în casetă un număr natural, astfel încât propoziţia respectivă să fie adevărată:

a) $\frac{43}{21} < \frac{43}{\square}$; b) $\frac{\square}{59} > \frac{24}{59}$; c) $\frac{89}{\square} > \frac{89}{50}$.

(3p) **2.** Comparaţi fracţiile ordinare:

a) $\frac{19}{6}, \frac{25}{8}$; b) $\frac{4}{11}, \frac{9}{22}$.

(3p) **3.** Scrieţi în ordine crescătoare următoarele fracţii ordinare:

a) $\frac{7}{6}, \frac{23}{18}, \frac{31}{27}, \frac{11}{9}$; b) $\frac{5}{11}, \frac{12}{25}, \frac{10}{21}, \frac{6}{13}$.

Lecţia 31. Reprezentarea fracţiilor ordinare pe axa numerelor

Citesc şi reţin

O dreaptă d pe care se fixează un punct O numit **origine**, se stabileşte un **sens de parcurgere indicat de o săgeată** (de la origine spre dreapta) şi se alege o **unitate de măsură** (un segment de lungime oarecare u) se numeşte **axa numerelor**.

Fiecărei fracţii ordinare îi corespunde un punct pe axa numerelor. Pentru a reprezenta fracţia ordinară $\frac{a}{b}$ $(a, b \in \mathbb{N}^*)$ pe axa numerelor procedăm astfel:

– împărţim segmentul-unitate în b părţi egale;

– pe sensul de parcurgere, începând din origine, construim segmentul OA având lungimea egală cu $a \cdot (u : b)$.

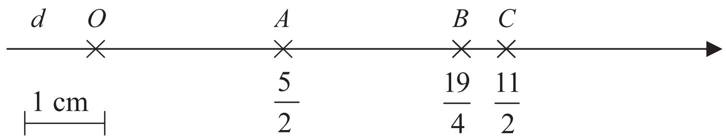
Spunem că punctul A are coordonata $\frac{a}{b}$.

Cum se aplică?

1. Folosind unitatea de măsură de 1 cm, reprezentaţi pe axa numerelor fracţiile ordinare:

a) $\frac{5}{2}$; b) $\frac{19}{4}$; c) $\frac{11}{2}$.

Soluţie:



2. Reprezentaţi pe axa numerelor fracţiile ordinare $\frac{5}{2}$ şi $\frac{15}{6}$, iar apoi stabiliţi valoarea de adevăr a propoziţiilor:

a) Fracţiile $\frac{5}{2}$ şi $\frac{15}{6}$ sunt coordonatele aceluiaşi punct de pe axa numerelor.

b) Fracţiile $\frac{5}{2}$ şi $\frac{15}{6}$ sunt fracţii echivalente.

Soluţie:

a) Vom reprezenta pe axa numerelor fracţiile $\frac{5}{2}$ şi $\frac{15}{6}$ folosind o unitate de măsură cu lungimea de 30 mm. Deoarece $(30\text{ mm} : 2) \cdot 5 = 75\text{ mm}$ şi $(30\text{ mm} : 6) \cdot 15 = 75\text{ mm}$, rezultă că cele două fracţii sunt coordonatele aceluiaşi punct de pe axa numerelor, notat în figură cu litera A, prin urmare propoziţia este adevărată.

b) Deoarece $5 \cdot 6 = 30$ şi $2 \cdot 15 = 30$, rezultă că $\frac{5}{2} = \frac{15}{6}$, prin urmare propoziţia este adevărată.

Ştiu să rezolv

Exerciţii şi probleme de dificultate minimă

1. Reprezentaţi pe axa numerelor fracţiile:

a) $\frac{3}{2}$; b) $\frac{7}{2}$; c) $\frac{11}{2}$; d) $\frac{13}{2}$.

2. Reprezentaţi pe axa numerelor fracţiile:

a) $\frac{9}{4}$; b) $\frac{13}{4}$; c) $\frac{19}{4}$; d) $\frac{21}{4}$.

3. Reprezentaţi pe axa numerelor fracţiile:

a) $\frac{8}{3}$; b) $\frac{11}{3}$; c) $\frac{14}{3}$; d) $\frac{16}{3}$.

4. Reprezentaţi pe axa numerelor punctele A şi B de coordonate:

a) $\frac{3}{2}$, respectiv $\frac{4}{3}$; b) $\frac{5}{2}$, respectiv $\frac{8}{3}$.

a)

5. Reprezentaţi pe axa numerelor punctele E şi F de coordonate $\frac{2}{3}$, respectiv $\frac{6}{9}$, iar apoi stabiliţi valoarea de adevăr a propoziţiilor:

a) Punctele E şi F sunt distincte. $\square$ b) Punctele E şi F sunt identice. $\square$

Exerciţii şi probleme de dificultate medie

6. Reprezentaţi pe axa numerelor punctele M şi N de coordonate $\frac{7}{5}$, respectiv $\frac{14}{10}$, iar apoi stabiliţi valoarea de adevăr a propoziţiilor:

a) Punctele M şi N sunt identice. ☐

b) Fracţiile $\frac{7}{5}$ şi $\frac{14}{10}$ nu sunt echivalente. ☐

7. Reprezentaţi pe axa numerelor punctele P şi Q de coordonate $\frac{4}{5}$, respectiv $\frac{20}{25}$, iar apoi stabiliţi valoarea de adevăr a propoziţiilor:

a) Punctele P şi Q sunt identice. ☐

b) Fracţiile $\frac{4}{5}$ şi $\frac{20}{25}$ sunt echivalente. ☐

8. Folosind exerciţiile 5, 6 şi 7, stabiliţi valoarea de adevăr a propoziţiei: „Două fracţii echivalente sunt coordonatele aceluiaşi punct de pe axa numerelor."

Exerciţii şi probleme de dificultate avansată

9. Fracţiile $\frac{1}{5}$ şi $\frac{4}{5}$ sunt coordonatele punctelor E şi F de pe axa numerelor. Aflaţi lungimea unităţii de măsură ştiind că:

a) $EF = 24$ mm; b) $EF = 15$ mm; c) $EF = 27$ mm.

10. Fracţiile $\frac{3}{8}$, $\frac{5}{8}$ şi $\frac{7}{8}$ sunt coordonatele punctelor A, B şi C reprezentate pe axa numerelor cu originea în punctul O. Aflaţi lungimea segmentului OC, ştiind că lungimea segmentului AB este de 24 mm.

Ce notă merit?
Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

(3p) **1.** Reprezentaţi pe axa numerelor punctele:

a) A de coordonată $\frac{3}{2}$; b) B de coordonată $\frac{7}{2}$; c) C de coordonată $\frac{10}{4}$.

(3p) **2.** Reprezentaţi pe axa numerelor punctele A şi B, de coordonate $\frac{3}{4}$, respectiv $\frac{6}{8}$ şi apoi încercuiţi litera corespunzătoare răspunsului corect:

A. punctele A şi B sunt diferite; B. punctele A şi B sunt identice.

(3p) **3.** Punctele M şi N sunt reprezentate pe axa numerelor şi au coordonatele $\frac{4}{3}$, respectiv $\frac{8}{3}$. Ştiind că $MN = 4$ cm, aflaţi lungimea unităţii de măsură.

Teste de evaluare sumativă

Testul 1

Se acordă 1 punct din oficiu.

(2p) **1.** Scrieţi în casetă un număr natural pentru care:

a) $\frac{\square}{23} > \frac{26}{23}$; b) $\frac{12}{35} < \frac{12}{\square}$.

(2p) **2.** Se consideră fracţia ordinară $f = \frac{10}{15}$.

a) Amplificaţi cu 3 fracţia *f*. b) Simplificaţi cu 5 fracţia *f*.

(1p) **3.** Simplificaţi fracţia ordinară $\frac{180}{144}$ până devine ireductibilă.

(1p) **4.** Aduceţi la acelaşi numitor comun fracţiile ordinare $\frac{11}{15}$ şi $\frac{7}{6}$.

(1p) **5.** Scrieţi în ordine crescătoare următoarele fracţii ordinare: $\frac{21}{8}, \frac{17}{6}$ şi $\frac{29}{12}$.

(2p) **6.** Simplificaţi fracţia ordinară $\frac{2^{75} - 2^{71}}{2^{74} + 2^{72}}$ până devine ireductibilă.

Testul 2

Se acordă 1 punct din oficiu.

(2p) **1.** Scrieţi în această casetă un număr natural pentru care:

a) $\frac{17}{\square} < \frac{17}{75}$; b) $\frac{40}{71} > \frac{\square}{71}$.

(2p) **2.** Aflaţi numărul natural cu care trebuie amplificată fracţia ordinară $\frac{7}{8}$ pentru a avea:

a) numărătorul 42; b) numitorul 56.

(1p) **3.** Reprezentaţi pe axa numerelor fracţia ordinară $\frac{5}{3}$, alegând unitatea de măsură cu lungimea de 3 cm.

(1p) **4.** Simplificaţi fracţia ordinară $\frac{576}{720}$ până devine ireductibilă.

(1p) **5.** Aduceţi la acelaşi numitor comun fracţiile ordinare $\frac{3}{8}, \frac{2}{5}$ şi $\frac{13}{10}$.

(2p) **6.** Simplificaţi fracţia ordinară $\frac{21021}{51051}$ până devine ireductibilă.

Testul 3

Se acordă 1 punct din oficiu.

(2p) **1.** Precizaţi numitorul comun al următoarelor fracţii ordinare:

a) $\frac{7}{3}$ şi $\frac{5}{4}$; b) $\frac{8}{7}$ şi $\frac{11}{14}$.

(2p) **2.** Reprezentaţi pe axa numerelor, folosind o unitate de măsură cu lungimea de 4 cm, fracţiile ordinare:

a) $\frac{3}{2}$; b) $\frac{5}{4}$.

(1p) **3.** Simplificaţi fracţia ordinară $\frac{196}{140}$ până devine ireductibilă.

(1p) **4.** Comparaţi fracţiile ordinare $\frac{18}{11}$ şi $\frac{24}{17}$.

(1p) **5.** Aduceţi la acelaşi numitor comun fracţiile ordinare $\frac{11}{14}, \frac{5}{8}$ şi $\frac{17}{28}$.

(2p) **6.** Determinaţi numărul natural n pentru care $\frac{9^n}{27^4} < \frac{3^{10}}{81^3}$.

Fişă pentru portofoliul elevului

Numele şi prenumele:
Clasa a V-a
Capitolul: Fracţii ordinare
Se acordă 10 puncte din oficiu.

I. Dacă propoziţia este adevărată, subliniaţi litera A, iar dacă propoziţia este falsă, subliniaţi litera F.

(7p) **1.** Amplificând fracţia ordinară $\frac{3}{7}$ cu 5, obţinem fracţia $\frac{15}{35}$. A F

(7p) **2.** Simplificând fracţia ordinară $\frac{16}{20}$ cu 4, obţinem fracţia $\frac{4}{5}$. A F

(7p) **3.** Dintre fracţiile ordinare $\frac{7}{9}$ şi $\frac{7}{8}$ cea mai mică este $\frac{7}{8}$. A F

II. Completaţi spaţiile punctate cu răspunsul corect.

(7p) **1.** Scriind sub formă ireductibilă fracţia ordinară $\frac{30}{75}$ obţinem fracţia ....

(7p) **2.** Cel mai mic numitor comun al fracţiilor ordinare $\frac{5}{8}$ şi $\frac{11}{12}$ este egal cu ....

(7p) **3.** Dacă $^{n)}\frac{6}{5} = \frac{42}{35}$, atunci numărul natural n este egal cu ....

III. Încercuiţi litera corespunzătoare singurului răspuns corect.

(8p) **1.** Fracţia ordinară $\dfrac{5^{25}-5^{21}}{5^{22}+5^{24}}$ este echivalentă cu fracţia:

A. $\dfrac{4}{5}$; B. $\dfrac{28}{9}$; C. $\dfrac{24}{5}$; D. $\dfrac{5}{3}$.

(8p) **2.** Scriind în ordine crescătoare fracţiile ordinare $\dfrac{8}{19}, \dfrac{4}{11}$ şi $\dfrac{2}{5}$ obţinem:

A. $\dfrac{2}{5}, \dfrac{4}{11}, \dfrac{8}{19}$; B. $\dfrac{8}{19}, \dfrac{4}{11}, \dfrac{2}{5}$; C. $\dfrac{2}{5}, \dfrac{8}{19}, \dfrac{4}{11}$; D. $\dfrac{4}{11}, \dfrac{2}{5}, \dfrac{8}{19}$.

(8p) **3.** Aducând la acelaşi numitor comun fracţiile ordinare $\dfrac{10}{21}$ şi $\dfrac{15}{28}$, obţinem fracţiile:

A. $\dfrac{40}{84}, \dfrac{45}{84}$; B. $\dfrac{27}{56}, \dfrac{25}{56}$; C. $\dfrac{32}{63}, \dfrac{35}{63}$; D. $\dfrac{35}{42}, \dfrac{47}{42}$.

La exerciţiile IV. şi V. scrieţi pe fişă rezolvările complete.

IV. *(8p)* Determinaţi numărul natural n pentru care este adevărată dubla inegalitate: $\dfrac{4}{3} < \dfrac{14}{n} < \dfrac{7}{2}$.

V. Se consideră fracţia ordinară $f = \dfrac{2^n \cdot 5^{n+3} - 2^n \cdot 5^{n+2}}{2^{n+5} \cdot 5^{n+1}}$, unde n este număr natural.

(8p) a) Comparaţi fracţiile ordinare f şi $\dfrac{23}{36}$.

(8p) b) Fracţia ordinară f este coordonata punctului A reprezentat pe axa numerelor cu originea în punctul O. Ştiind că $OA = 25$ mm, calculaţi lungimea unităţii de măsură exprimată în centimetri.

Lecţia 32. Adunarea fracţiilor ordinare. Proprietăţile adunării

Citesc şi reţin

1. Dacă $\frac{a}{c}$, $\frac{b}{c}$ sunt două fracţii ordinare cu acelaşi numitor, atunci $\frac{a}{c}+\frac{b}{c}=\frac{a+b}{c}$.

2. Dacă $\frac{a}{b}$, $\frac{c}{d}$ sunt două fracţii ordinare cu numitori diferiţi, atunci adunarea $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}$ se efectuează astfel:

– se aduc la acelaşi numitor comun fracţiile $\frac{a}{b}$ şi $\frac{c}{d}$;

– se efectuează adunarea fracţiilor respective după regula 1.

Proprietăţile adunării:

– **comutativitatea:** $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{c}{d}+\frac{a}{b}$, pentru orice numere naturale nenule a, b, c şi d;

– **asociativitatea:** $\left(\frac{a}{b}+\frac{c}{d}\right)+\frac{e}{f}=\frac{a}{b}+\left(\frac{c}{d}+\frac{e}{f}\right)$, pentru orice numere naturale nenule a, b, c, d şi e;

– **0 este element neutru:** $\frac{a}{b}+0=0+\frac{a}{b}=\frac{a}{b}$, pentru orice numere naturale nenule a, b.

Cum se aplică?

1. Efectuaţi:

a) $\frac{10}{13}+\frac{14}{13}$; b) $\frac{21}{15}+\frac{16}{20}$.

Soluţie:

a) $\frac{10}{13}+\frac{14}{13}=\frac{10+14}{13}=\frac{24}{13}=1\frac{11}{13}$;

b) $\frac{21^{(3}}{15}+\frac{16^{(4}}{20}=\frac{7}{5}+\frac{4}{5}=\frac{11}{5}=2\frac{1}{5}$.

2. Efectuaţi:

a) $2\frac{1}{5}+\frac{2}{15}$; b) $1\frac{11}{12}+2\frac{2}{9}$.

Soluţie:

a) $2\frac{1}{5}+\frac{2}{15}={}^{3)}\frac{11}{5}+\frac{2}{15}=\frac{33}{15}+\frac{2}{15}=\frac{35^{(5}}{15}=\frac{7}{3}=2\frac{1}{3}$;

b) $1\frac{11}{12}+2\frac{2}{9}={}^{3)}\frac{23}{12}+{}^{4)}\frac{20}{9}=\frac{69}{36}+\frac{80}{36}=\frac{149}{36}=4\frac{5}{36}$.

3. Calculaţi $\frac{7}{10}+1\frac{1}{4}+\frac{2}{15}$.

Soluţie:

$$\frac{7}{10}+1\frac{1}{4}+\frac{2}{15}={}^{6)}\frac{7}{10}+{}^{15)}\frac{5}{4}+{}^{4)}\frac{2}{15}=\frac{42}{60}+\frac{75}{60}+\frac{8}{60}=\frac{125}{60}^{(5}=\frac{25}{12}=2\frac{1}{12}.$$

Ştiu să rezolv

Exerciţii şi probleme de dificultate minimă

1. Efectuaţi:

a) $\frac{7}{3}+\frac{4}{3}=$ ....; b) $\frac{4}{5}+\frac{9}{5}=$ ....;

c) $\frac{12}{7}+\frac{3}{7}$; d) $\frac{7}{9}+\frac{25}{9}$; e) $\frac{4}{3}+\frac{28}{3}$; f) $\frac{13}{5}+\frac{6}{5}$.

2. Efectuaţi următoarele adunări şi simplificaţi rezultatele:

a) $\frac{7}{6}+\frac{2}{6}=$ ....; b) $\frac{3}{8}+\frac{9}{8}=$ ....;

c) $\frac{13}{10}+\frac{9}{10}$; d) $\frac{23}{12}+\frac{5}{12}$; e) $\frac{8}{15}+\frac{19}{15}$; f) $\frac{5}{18}+\frac{25}{18}$.

3. Calculaţi:

a) $\frac{1}{12}+\frac{7}{12}+\frac{7}{12}=$ ....; b) $\frac{3}{20}+\frac{9}{20}+\frac{3}{20}=$ ....;

c) $\frac{4}{15}+\frac{1}{15}+\frac{7}{15}$; d) $\frac{5}{18}+\frac{11}{18}+\frac{5}{18}$; e) $\frac{7}{24}+\frac{7}{24}+\frac{13}{24}$; f) $\frac{8}{35}+\frac{6}{35}+\frac{11}{35}$.

4. Calculaţi după ce efectuaţi mai întâi simplificările:

a) $\frac{23}{6}+\frac{5}{6}+\frac{35}{30}=$ ....;

b) $\frac{25}{12}+\frac{7}{12}+\frac{15}{36}$; c) $\frac{8}{13}+\frac{20}{52}+\frac{11}{13}$; d) $\frac{4}{15}+\frac{35}{75}+\frac{13}{15}$.

5. Calculaţi suma fracţiilor ordinare x şi y în fiecare dintre cazurile următoare:

a) $x=\frac{8}{21}+\frac{11}{21}+\frac{15}{63}$, $y=\frac{19}{35}+\frac{5}{35}+\frac{12}{70}$; b) $x=\frac{5}{24}+\frac{17}{24}+\frac{15}{72}$, $y=\frac{23}{40}+\frac{49}{40}+\frac{6}{80}$.

b)

6. Efectuați:

a) $\frac{5}{6}+\frac{2}{3}=$ ....; b) $\frac{3}{2}+\frac{7}{8}=$ ....;

c) $\frac{13}{2}+\frac{5}{14}$; d) $\frac{5}{3}+\frac{13}{12}$; e) $\frac{8}{15}+\frac{4}{5}$; f) $\frac{11}{9}+\frac{5}{18}$.

7. Efectuați:

a) $\frac{5}{3}+\frac{1}{4}=$ ....; b) $\frac{3}{5}+\frac{5}{4}=$ ....;

c) $\frac{7}{10}+\frac{4}{15}$; d) $\frac{10}{9}+\frac{1}{12}$; e) $\frac{3}{20}+\frac{11}{8}$; f) $\frac{5}{12}+\frac{11}{16}$.

8. În prima zi s-a recoltat $\frac{17}{54}$ dintr-o suprafață cultivată cu grâu, iar în ziua următoare s-a recoltat mai mult cu $\frac{5}{18}$ din întreaga suprafață. Aflați ce fracție din suprafața cultivată cu grâu s-a recoltat a doua zi.

Exerciții și probleme de dificultate medie

9. Efectuați:

a) $3\frac{1}{2}+1\frac{3}{4}$; b) $2\frac{2}{3}+2\frac{5}{6}$; c) $2\frac{3}{4}+3\frac{5}{8}$;

d) $5\frac{5}{6}+1\frac{3}{4}$; e) $4\frac{7}{10}+3\frac{1}{4}$; f) $6\frac{7}{9}+2\frac{5}{6}$.

10. Aflați numărul mai mare cu:

a) $2\frac{3}{5}$ decât $6\frac{8}{5}$; b) $4\frac{4}{7}$ decât $2\frac{5}{7}$; c) $5\frac{8}{9}$ decât $3\frac{5}{9}$;

d) $2\frac{3}{10}$ decât $5\frac{1}{4}$; e) $5\frac{3}{8}$ decât $7\frac{5}{12}$; f) $4\frac{11}{14}$ decât $9\frac{3}{4}$.

11. În luna iunie, de pe o suprafață de teren s-au recoltat $72\frac{5}{6}$ kg roșii, iar în luna următoare s-au recoltat cu $34\frac{2}{9}$ kg mai mult decât în luna precedentă. Aflați ce cantitate de roșii s-a recoltat în lunile iunie și iulie la un loc.

12. Calculaţi:

a) $\frac{7}{4}+\frac{3}{10}+\frac{11}{20}$; b) $\frac{3}{8}+\frac{13}{12}+\frac{1}{24}$; c) $\frac{3}{4}+\frac{9}{28}+\frac{11}{14}$;

d) $\frac{7}{12}+\frac{5}{18}+\frac{11}{36}$; e) $\frac{5}{24}+\frac{7}{36}+\frac{1}{72}$; f) $\frac{4}{15}+\frac{7}{75}+\frac{9}{25}$.

13. Calculaţi:

a) $\frac{2}{27}+\frac{5}{18}+\frac{11}{6}$; b) $\frac{5}{12}+\frac{3}{20}+\frac{4}{15}$; c) $\frac{11}{20}+\frac{7}{10}+\frac{5}{16}$;

d) $\frac{16}{21}+\frac{3}{28}+\frac{1}{42}$; e) $\frac{8}{15}+\frac{11}{18}+\frac{4}{45}$; f) $\frac{17}{32}+\frac{1}{24}+\frac{7}{12}$.

14. Scrieţi sub formă de fracţie ordinară ireductibilă suma:

a) $S=\frac{1}{45}+\frac{2}{45}+\frac{3}{45}+...+\frac{74}{45}$; b) $S=\frac{1}{72}+\frac{2}{72}+\frac{3}{72}+...+\frac{44}{72}$.

15. Calculaţi:

a) $3\frac{1}{2}+1\frac{2}{3}+1\frac{3}{4}$; b) $2\frac{5}{6}+1\frac{1}{4}+1\frac{3}{8}$; c) $3\frac{1}{2}+2\frac{3}{4}+1\frac{4}{5}$;

d) $2\frac{1}{7}+4\frac{2}{3}+1\frac{9}{14}$; e) $2\frac{4}{15}+2\frac{5}{12}+3\frac{7}{10}$; f) $5\frac{7}{24}+4\frac{5}{8}+1\frac{11}{32}$.

16. Calculaţi:

a) $\frac{1}{4}+\frac{4}{5}+\frac{5}{12}+\frac{3}{20}$; b) $\frac{9}{8}+\frac{4}{9}+\frac{1}{36}+\frac{7}{24}$; c) $\frac{5}{8}+\frac{3}{10}+\frac{4}{5}+\frac{1}{16}$;

d) $\frac{5}{48}+\frac{7}{16}+\frac{3}{8}+\frac{1}{32}$; e) $\frac{10}{9}+\frac{1}{27}+\frac{5}{18}+\frac{7}{36}$; f) $\frac{8}{75}+\frac{4}{15}+\frac{3}{10}+\frac{2}{25}$.

17. Se consideră fracţiile ordinare $x=\frac{1}{5}+\frac{11}{24}+\frac{13}{30}+\frac{17}{60}$ şi $y=\frac{3}{5}+\frac{13}{25}+\frac{11}{30}+\frac{26}{75}$. Calculaţi $x+y$.

18. Se consideră fracţiile ordinare $f_1=\frac{16}{15}+\frac{19}{30}+\frac{25}{36}+\frac{11}{45}$ şi $f_2=\frac{7}{8}+\frac{13}{20}+\frac{19}{25}+\frac{17}{50}$. Comparaţi fracţiile f_1 şi f_2.

Exerciţii şi probleme de dificultate avansată

19. Determinaţi numărul natural $\overline{ab}$, $a\neq 0$, $b\neq 0$, cu proprietatea $\frac{\overline{ab}}{81}+\frac{\overline{ba}}{27}=\frac{a+b}{3}$.

20. Determinaţi numerele naturale prime a, b şi c, care îndeplinesc condiţia:

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}+\frac{1}{abc}=1.$$

Ce notă merit?
Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

(3p) **1.** Efectuaţi:

a) $\frac{11}{13}+\frac{19}{13}$; b) $\frac{17}{15}+\frac{18}{15}$; c) $\frac{17}{10}+\frac{33}{30}$.

(3p) **2.** Efectuaţi:

a) $\frac{5}{6}+1\frac{5}{12}$; b) $2\frac{9}{10}+\frac{4}{15}$; c) $1\frac{1}{6}+2\frac{2}{21}$.

(3p) **3.** Comparaţi fracţia ordinară $f=2\frac{1}{4}+\frac{1}{3}+\frac{2}{9}+\frac{5}{18}$ cu fracţia ordinară $\frac{47}{15}$.

Lecţia 33. Scăderea fracţiilor ordinare

Citesc şi reţin

1. Dacă $\frac{a}{c}$, $\frac{b}{c}$, $a \geq b$, sunt două fracţii ordinare cu acelaşi numitor, atunci $\frac{a}{c}-\frac{b}{c}=\frac{a-b}{c}$.

2. Dacă $\frac{a}{b}$, $\frac{c}{d}$, $\frac{a}{b} \geq \frac{c}{d}$, sunt două fracţii ordinare, atunci scăderea $\frac{a}{b}-\frac{c}{d}$ se efectuează astfel:

– se aduc la acelaşi numitor comun fracţiile $\frac{a}{b}$ şi $\frac{c}{d}$;

– se efectuează scăderea fracţiilor respective după regula 1.

Cum se aplică?

1. Efectuaţi:

a) $\frac{32}{11}-\frac{19}{11}$; b) $\frac{45}{21}-\frac{36}{28}$.

Soluţie:

a) $\frac{32}{11}-\frac{19}{11}=\frac{32-19}{11}=\frac{13}{11}=1\frac{2}{11}$;

b) $\frac{^{3)}45}{21}-\frac{^{4)}36}{28}=\frac{15}{7}-\frac{9}{7}=\frac{15-9}{7}=\frac{6}{7}$.

2. Efectuaţi:

a) $\frac{5}{2}-1\frac{7}{18}$; b) $3\frac{1}{5}-2\frac{3}{4}$.

Soluţie:

a) $\dfrac{5}{2}-1\dfrac{7}{18}=\,^{9)}\dfrac{5}{2}-\,^{1)}\dfrac{25}{18}=\dfrac{45}{18}-\dfrac{25}{18}=\dfrac{20}{18}^{(2}=\dfrac{10}{9}=1\dfrac{1}{9}$;

b) $3\dfrac{1}{5}-2\dfrac{3}{4}=\,^{4)}\dfrac{16}{5}-\,^{5)}\dfrac{11}{4}=\dfrac{64}{20}-\dfrac{55}{20}=\dfrac{9}{20}$.

3. Calculaţi $1\dfrac{16}{27}-\dfrac{7}{18}-\dfrac{5}{6}$.

Soluţie:

$1\dfrac{16}{27}-\dfrac{7}{18}-\dfrac{5}{6}=\,^{2)}\dfrac{43}{27}-\,^{3)}\dfrac{7}{18}-\,^{9)}\dfrac{5}{6}=\dfrac{86}{54}-\dfrac{21}{54}-\dfrac{45}{54}=\dfrac{20}{54}^{(2}=\dfrac{10}{27}$.

Ştiu să rezolv

Exerciţii şi probleme de dificultate minimă

1. Efectuaţi:

a) $\dfrac{8}{3}-\dfrac{4}{3}=$ ....; b) $\dfrac{8}{7}-\dfrac{5}{7}=$ ....;

c) $\dfrac{14}{5}-\dfrac{6}{5}$; d) $\dfrac{17}{3}-\dfrac{7}{3}$; e) $\dfrac{22}{9}-\dfrac{8}{9}$; f) $\dfrac{25}{7}-\dfrac{9}{7}$.

2. Efectuaţi:

a) $2\dfrac{3}{4}-\dfrac{5}{4}=$ ....; b) $3\dfrac{2}{9}-\dfrac{8}{9}=$ ....;

c) $5\dfrac{3}{4}-3\dfrac{1}{4}$; d) $4\dfrac{2}{9}-1\dfrac{5}{9}$; e) $4\dfrac{3}{8}-2\dfrac{7}{8}$; f) $5\dfrac{1}{6}-2\dfrac{5}{6}$.

3. Efectuaţi mai întâi simplificările şi apoi calculaţi:

a) $\dfrac{20}{3}-\dfrac{21}{9}=$ ....; b) $\dfrac{21}{5}-\dfrac{27}{15}=$ ....;

c) $\dfrac{30}{7}-\dfrac{36}{42}$; d) $\dfrac{41}{6}-\dfrac{35}{30}$; e) $\dfrac{31}{8}-\dfrac{15}{40}$; f) $\dfrac{25}{9}-\dfrac{28}{63}$.

4. Calculaţi, efectuând mai întâi simplificările:

a) $2\dfrac{1}{10}-\dfrac{45}{50}-\dfrac{7}{10}=$ ....;

b) $1\dfrac{11}{24}-\dfrac{19}{24}-\dfrac{30}{72}$; c) $1\dfrac{1}{26}-\dfrac{11}{26}-\dfrac{9}{78}$; d) $1\dfrac{7}{30}-\dfrac{19}{30}-\dfrac{16}{60}$.

5. Un autobuz a parcurs până la prima staţie $\dfrac{9}{25}$ din lungimea traseului, iar distanţa parcursă între prima şi a doua staţie a fost mai mică cu $\dfrac{3}{25}$ din lungimea traseului. Aflaţi ce fracţie din lungimea traseului mai are de parcurs autobuzul.

6. Arătaţi că diferenţa fracţiilor ordinare x şi y este număr natural în fiecare dintre cazurile:

a) $x=\frac{82}{15}-\frac{14}{15}-\frac{65}{75}$ şi $y=\frac{47}{9}-\frac{28}{9}-\frac{12}{27}$; b) $x=\frac{61}{15}-\frac{19}{15}-\frac{28}{60}$ şi $y=\frac{76}{21}-\frac{38}{21}-\frac{30}{63}$.

b)

7. Efectuaţi:

a) $\frac{9}{8}-\frac{1}{2}=$ ....; b) $\frac{7}{3}-\frac{5}{9}=$ ....;

c) $\frac{23}{12}-\frac{5}{3}$; d) $\frac{28}{15}-\frac{2}{3}$; e) $\frac{29}{24}-\frac{3}{4}$; f) $\frac{7}{4}-\frac{23}{28}$.

8. Calculaţi:

a) $\frac{7}{5}-\frac{2}{3}=$ ....; b) $\frac{3}{2}-\frac{5}{9}=$ ....;

c) $\frac{9}{8}-\frac{11}{12}$; d) $\frac{11}{14}-\frac{3}{4}$; e) $\frac{7}{6}-\frac{16}{15}$; f) $\frac{13}{12}-\frac{5}{9}$.

Exerciţii şi probleme de dificultate medie

9. Calculaţi:

a) $2\frac{2}{9}-\frac{19}{15}$; b) $2\frac{5}{8}-\frac{47}{20}$; c) $3\frac{5}{6}-\frac{51}{16}$; d) $2\frac{1}{6}-\frac{40}{27}$;

e) $3\frac{1}{6}-2\frac{3}{8}$; f) $4\frac{2}{15}-3\frac{1}{6}$; g) $2\frac{5}{6}-2\frac{7}{10}$; h) $2\frac{5}{18}-1\frac{5}{12}$.

10. Calculaţi:

a) $3\frac{3}{4}-\frac{1}{12}-\frac{7}{6}$; b) $2\frac{9}{20}-\frac{4}{5}-\frac{1}{4}$; c) $2\frac{7}{30}-\frac{5}{6}-\frac{1}{5}$;

d) $3\frac{8}{9}-2\frac{2}{3}-\frac{1}{4}$; e) $2\frac{2}{5}-\frac{4}{3}-\frac{3}{4}$; f) $3\frac{1}{5}-2\frac{2}{3}-\frac{3}{25}$.

11. Calculaţi:

a) $2\frac{1}{12}-\frac{3}{8}-1\frac{5}{16}$; b) $1\frac{9}{10}-1\frac{1}{4}-\frac{4}{15}$; c) $3\frac{1}{9}-\frac{5}{18}-1\frac{5}{24}$;

d) $3\frac{4}{25}-1\frac{6}{15}-\frac{3}{5}$; e) $4\frac{5}{21}-\frac{7}{12}-2\frac{3}{4}$; f) $3\frac{5}{18}-2\frac{7}{15}-\frac{1}{9}$.

12. Suma a doi termeni este egală cu $5\frac{9}{80}$. Aflaţi unul dintre termeni, dacă celălalt este egal cu:

a) $2\frac{5}{16}$; b) $3\frac{1}{20}$; c) $4\frac{3}{10}$.

13. Aflaţi cu cât este mai mare numărul:

a) $2\frac{7}{10}$ decât $1\frac{3}{8}$; b) $3\frac{5}{12}$ decât $1\frac{13}{18}$; c) $1\frac{11}{14}$ decât $1\frac{3}{8}$.

14. Într-o expediţie la munte, Ştefan a întâlnit un cioban cu o turmă de oi. Ciobanul era pasionat de matematică şi l-a întrebat pe Ştefan ce parte din turmă sunt mieii, dacă $\frac{7}{12}$ din turmă sunt oi, $\frac{1}{6}$ din turmă sunt berbeci, iar restul sunt mieii. Aflaţi răspunsul lui Ştefan, ştiind că acesta a fost corect.

15. Calculaţi:

a) $1\frac{1}{4}-\frac{2}{7}+3\frac{1}{2}-\frac{3}{14}$; b) $\frac{13}{18}-\frac{2}{9}+2\frac{1}{4}-1\frac{1}{6}$; c) $2\frac{11}{24}-\frac{11}{9}-\frac{7}{6}+\frac{3}{8}$;

d) $3\frac{3}{4}+\frac{2}{5}-\frac{7}{12}-1\frac{8}{15}$; e) $1\frac{1}{2}-\frac{5}{18}-\frac{8}{27}+2\frac{2}{9}$; f) $3\frac{1}{16}-\frac{13}{10}+\frac{21}{20}-2\frac{1}{8}$.

16. Aflaţi cu cât este mai mare fracţia:

a) $\frac{8}{3}$ decât $\frac{210}{1+2+3+...+35}$; b) $\frac{1+2+3+...+63}{630}$ decât $\frac{9}{5}$.

17. Se consideră fracţiile ordinare $x=\frac{19}{50}+\frac{9}{10}-\frac{7}{8}-\frac{13}{40}$ şi $y=1\frac{7}{15}-\frac{18}{25}-\frac{11}{50}-\frac{17}{75}$. Calculaţi $y-x$.

18. Comparaţi fracţiile ordinare $f_1=\frac{19}{12}+\frac{25}{36}-\frac{13}{18}-\frac{13}{27}$ şi $f_2=\frac{25}{12}+\frac{37}{72}-\frac{15}{16}-\frac{11}{36}$.

Exerciţii şi probleme de dificultate avansată

19. Comparaţi fracţiile $a=999-\frac{1}{2}-\frac{2}{3}-\frac{3}{4}-...-\frac{999}{1000}$ şi $b=\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+...+\frac{1}{1000}$.

20. Verificaţi egalitatea $\frac{n}{m(m+n)}=\frac{1}{m}-\frac{1}{m+n}$, unde m şi n sunt numere naturale nenule, şi apoi aplicaţi-o pentru a calcula sumele:

a) $S_1=\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+...+\frac{1}{31\cdot 32}$; b) $S_2=\frac{6}{1\cdot 3}+\frac{6}{3\cdot 5}+\frac{6}{5\cdot 7}+...+\frac{6}{49\cdot 51}$.

Ce notă merit?
Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

(3p) **1.** Efectuaţi:

a) $\frac{35}{11}-\frac{14}{11}$; b) $\frac{35}{24}-\frac{17}{24}$; c) $\frac{29}{12}-\frac{44}{48}$.

(3p) **2.** Efectuaţi:

a) $1\frac{5}{18}-\frac{4}{9}$; b) $3\frac{5}{6}-\frac{9}{8}$; c) $2\frac{9}{10}-1\frac{3}{8}$.

(3p) **3.** Comparaţi fracţia ordinară $f = 7\frac{1}{2}-2\frac{2}{3}-1\frac{5}{6}-1\frac{13}{20}$ cu fracţia ordinară $\frac{18}{13}$.

Lecţia 34. Înmulţirea fracţiilor ordinare. Proprietăţile înmulţirii

Citesc şi reţin

Dacă $\frac{a}{b}$, $\frac{c}{d}$ sunt două fracţii ordinare, atunci $\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{a\cdot c}{b\cdot d}$.

Observaţie: Dacă unul sau ambii factori ai unui produs sunt fracţii din care au fost scoşi întregii, mai întâi se introduc întregii în fracţie şi apoi se efectuează înmulţirea.

Proprietăţile înmulţirii:

– **comutativitatea:** $\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{c}{d}\cdot\frac{a}{b}$, pentru orice numere naturale nenule a, b, c şi d;

– **asociativitatea:** $\left(\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}\right)\cdot\frac{e}{f}=\frac{a}{b}\cdot\left(\frac{c}{d}\cdot\frac{e}{f}\right)$, pentru orice numere naturale nenule a, b, c, d, e şi f;

– **1 este element neutru:** $\frac{a}{b}\cdot 1=1\cdot\frac{a}{b}=\frac{a}{b}$, pentru orice numere naturale nenule a şi b.

– **distributivitatea** faţă de adunare şi scădere:

- $\frac{a}{b}\left(\frac{c}{d}+\frac{e}{f}\right)=\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}+\frac{a}{b}\cdot\frac{e}{f}$, pentru orice numere naturale nenule a, b, c, d, e şi f;
- $\frac{a}{b}\left(\frac{c}{d}-\frac{e}{f}\right)=\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}-\frac{a}{b}\cdot\frac{e}{f}$, pentru orice numere naturale nenule a, b, c, d, e şi f, $\frac{c}{d}>\frac{e}{f}$.

Cum se aplică?

1. Efectuaţi:

a) $\frac{7}{5}\cdot\frac{3}{8}$; b) $\frac{14}{25}\cdot\frac{20}{21}$.

Soluţie:

a) $\frac{7}{5}\cdot\frac{3}{8}=\frac{7\cdot 3}{5\cdot 8}=\frac{21}{40}$; b) $\frac{\overset{2}{\cancel{14}}}{\underset{5}{\cancel{25}}}\cdot\frac{\overset{4}{\cancel{20}}}{\underset{3}{\cancel{21}}}=\frac{2}{5}\cdot\frac{4}{3}=\frac{8}{15}$.

2. Efectuaţi:

a) $1\frac{13}{15}\cdot\frac{10}{21}$; b) $\frac{5}{6}\cdot\frac{3}{8}\cdot 2\frac{2}{5}$.

Soluţie:

a) $1\frac{13}{15}\cdot\frac{10}{21}=\frac{\overset{4}{\cancel{28}}}{\underset{3}{\cancel{15}}}\cdot\frac{\overset{2}{\cancel{10}}}{\underset{3}{\cancel{21}}}=\frac{4}{3}\cdot\frac{2}{3}=\frac{8}{9}$; b) $\frac{5}{\underset{2}{\cancel{6}}}\cdot\frac{\overset{1}{\cancel{3}}}{8}\cdot 2\frac{2}{5}=\frac{\overset{1}{\cancel{5}}}{2}\cdot\frac{1}{\underset{2}{\cancel{8}}}\cdot\frac{\overset{3}{\cancel{12}}}{\underset{1}{\cancel{5}}}=\frac{3}{4}$.

3. Calculaţi $3\frac{1}{3}\cdot\frac{5}{8}-1\frac{1}{6}\cdot\frac{10}{21}$.

Soluţie:

$$3\frac{1}{3}\cdot\frac{5}{8}-1\frac{1}{6}\cdot\frac{10}{21}=\frac{\overset{5}{\cancel{10}}}{3}\cdot\frac{5}{\underset{4}{\cancel{8}}}-\frac{\overset{1}{\cancel{7}}}{\underset{3}{\cancel{6}}}\cdot\frac{\overset{5}{\cancel{10}}}{\underset{3}{\cancel{21}}}=\frac{5}{3}\cdot\frac{5}{4}-\frac{1}{3}\cdot\frac{5}{3}={}^{3)}\frac{25}{12}-{}^{4)}\frac{5}{9}=\frac{75}{36}-\frac{20}{36}=\frac{55}{36}.$$

Ştiu să rezolv

Exerciţii şi probleme de dificultate minimă

1. Efectuaţi:

a) $\frac{2}{3}\cdot 5=$ ....; b) $\frac{5}{7}\cdot 3=$ ....;

c) $4\cdot\frac{3}{8}$; d) $6\cdot\frac{5}{9}$; e) $9\cdot\frac{7}{6}$; f) $2\cdot\frac{7}{8}$.

2. Efectuaţi:

a) $\frac{3}{2}\cdot\frac{3}{5}=$ ....; b) $\frac{2}{7}\cdot\frac{8}{5}=$ ....;

c) $\frac{4}{5}\cdot\frac{7}{3}$; d) $\frac{8}{3}\cdot\frac{5}{7}$; e) $\frac{5}{9}\cdot\frac{7}{2}$; f) $\frac{8}{5}\cdot\frac{4}{9}$.

3. Efectuaţi:

a) $\frac{3}{7}\cdot\frac{4}{9}=$ ....; b) $\frac{4}{9}\cdot\frac{5}{8}=$ ....;

c) $\frac{3}{8}\cdot\frac{5}{9}$; d) $\frac{7}{2}\cdot\frac{4}{5}$; e) $\frac{4}{7}\cdot\frac{5}{8}$; f) $\frac{5}{6}\cdot\frac{9}{8}$.

4. Efectuaţi:

a) $\frac{16}{25}\cdot\frac{5}{24}=$ ....; b) $\frac{9}{16}\cdot\frac{32}{27}=$ ....;

c) $\frac{15}{16}\cdot\frac{8}{27}$; d) $\frac{28}{25}\cdot\frac{15}{7}$; e) $\frac{36}{35}\cdot\frac{21}{8}$; f) $\frac{16}{5}\cdot\frac{35}{32}$.

5. Efectuaţi:

a) $\frac{8}{21}\cdot 8\frac{3}{4}=$ ....; b) $6\frac{2}{3}\cdot\frac{9}{16}=$ ....;

c) $2\frac{1}{4}\cdot\frac{20}{27}$; d) $\frac{7}{25}\cdot 4\frac{1}{6}$; e) $2\frac{2}{7}\cdot\frac{21}{32}$; f) $\frac{16}{27}\cdot 5\frac{5}{8}$.

6. Efectuaţi:

a) $3\frac{4}{15}\cdot 1\frac{3}{7}=$ ....; b) $2\frac{2}{5}\cdot 1\frac{7}{18}=$ ....;

c) $2\frac{7}{9}\cdot 1\frac{7}{20}$; d) $3\frac{8}{9}\cdot 2\frac{4}{25}$; e) $1\frac{5}{7}\cdot 4\frac{5}{18}$; f) $4\frac{1}{5}\cdot 3\frac{3}{14}$.

7. Efectuaţi:

a) $\frac{32}{25}\cdot\frac{15}{16}\cdot\frac{5}{9}=$ ....;

b) $\frac{8}{9}\cdot\frac{27}{40}\cdot\frac{35}{18}$; c) $\frac{36}{49}\cdot\frac{7}{4}\cdot\frac{14}{27}$; d) $\frac{35}{54}\cdot\frac{45}{28}\cdot\frac{8}{5}$; e) $\frac{35}{64}\cdot\frac{16}{15}\cdot\frac{6}{7}$.

8. Calculaţi:

a) $\frac{5}{4}\cdot 1\frac{13}{15}\cdot\frac{8}{7}=$ ....;

b) $\frac{4}{21}\cdot 1\frac{5}{9}\cdot\frac{27}{16}$; c) $\frac{7}{5}\cdot\frac{3}{14}\cdot 2\frac{1}{12}$; d) $\frac{4}{45}\cdot 3\frac{3}{8}\cdot\frac{15}{2}$; e) $6\frac{1}{4}\cdot\frac{7}{36}\cdot\frac{27}{35}$.

Exerciţii şi probleme de dificultate medie

9. Calculaţi:

a) $2\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}+\frac{2}{9}$; b) $\frac{3}{4}\cdot 2\frac{1}{2}-\frac{5}{6}$; c) $\frac{7}{5}+\frac{2}{5}\cdot 2\frac{2}{3}$;

d) $2\frac{1}{4}\cdot\frac{2}{15}+\frac{8}{15}$; e) $\frac{17}{9}-\frac{4}{27}\cdot 3\frac{15}{16}$; f) $\frac{10}{21}\cdot 1\frac{3}{4}-\frac{11}{27}$.

10. Calculaţi:

a) $2\frac{2}{9}\cdot\frac{6}{25}-\frac{2}{27}\cdot\frac{9}{8}$; b) $\frac{12}{5}\cdot\frac{7}{24}+\frac{5}{72}\cdot 1\frac{23}{25}$; c) $\frac{5}{18}\cdot\frac{27}{25}-\frac{2}{81}\cdot 3\frac{3}{8}$;

d) $\frac{5}{18}\cdot 5\frac{2}{5}+\frac{16}{25}\cdot\frac{5}{24}$; e) $2\frac{13}{16}\cdot\frac{2}{27}-\frac{4}{15}\cdot\frac{5}{24}$; f) $\frac{11}{21}\cdot\frac{7}{10}+4\frac{11}{16}\cdot\frac{8}{45}$.

11. Calculaţi, aplicând distributivitatea înmulţirii faţă de adunare şi scădere:

a) $\frac{12}{5}\cdot\left(\frac{3}{8}+\frac{5}{18}\right)$; b) $\frac{20}{3}\cdot\left(\frac{5}{8}-\frac{8}{15}\right)$; c) $\frac{10}{7}\cdot\left(\frac{5}{6}-\frac{7}{20}\right)$;

d) $\frac{14}{9}\cdot\left(\frac{27}{32}-\frac{15}{28}\right)$; e) $\frac{15}{8}\cdot\left(\frac{6}{25}+\frac{16}{45}\right)$; f) $\frac{16}{9}\cdot\left(\frac{21}{80}+\frac{15}{64}\right)$.

12. Calculaţi, aplicând distributivitatea înmulţirii faţă de adunare şi scădere:

a) $\frac{5}{7}\cdot\left(3\frac{1}{5}+\frac{17}{10}\right)$; b) $\frac{2}{5}\cdot\left(2\frac{3}{4}-\frac{13}{12}\right)$; c) $\frac{5}{8}\cdot\left(1\frac{2}{3}+\frac{11}{15}\right)$;

d) $\frac{8}{7}\cdot\left(2\frac{5}{6}-1\frac{3}{8}\right)$; e) $\frac{5}{3}\cdot\left(2\frac{1}{8}-1\frac{3}{5}\right)$; f) $\frac{6}{7}\cdot\left(2\frac{5}{6}-1\frac{1}{5}\right)$.

13. Calculaţi produsul fracţiilor ordinare p şi q în următoarele cazuri:

a) $p=\frac{2}{3}+\frac{5}{6}-\frac{3}{8}$ şi $q=\frac{5}{9}+\frac{1}{5}-\frac{2}{3}$; b) $p=\frac{7}{2}-\frac{5}{4}-\frac{9}{5}$ şi $q=\frac{7}{9}+\frac{1}{8}-\frac{5}{6}$.

14. Se consideră fracţiile ordinare $x=\frac{22}{15}+2\frac{2}{3}\cdot\frac{5}{4}$ şi $y=2\frac{1}{6}-\frac{5}{4}\cdot\frac{5}{6}$. Calculaţi $x\cdot y$.

15. Calculaţi:

a) $\frac{25}{72}\cdot\frac{32}{75}+1\frac{7}{18}-\frac{5}{27}\cdot4\frac{1}{2}$; b) $\frac{45}{32}\cdot\frac{56}{75}-1\frac{1}{15}+2\frac{7}{9}\cdot\frac{3}{20}$.

16. Calculaţi, aplicând distributivitatea înmulţirii faţă de adunare şi scădere:

a) $\frac{11}{10}\cdot\left(\frac{4}{3}-\frac{3}{11}-\frac{5}{6}\right)$; b) $\frac{11}{5}\cdot\left(\frac{2}{3}+\frac{6}{11}-\frac{5}{18}\right)$.

17. Se consideră fracţiile ordinare $x=1\frac{1}{2}\cdot\frac{5}{6}-\frac{1}{2}\cdot\frac{25}{18}$ şi $y=\frac{9}{2}\cdot\frac{7}{18}-\frac{1}{6}\cdot4\frac{1}{5}$. Calculaţi $x\cdot y$.

18. Calculaţi $f_1+f_2-f_1\cdot f_2$, ştiind că $f_1=\frac{19}{50}-\frac{7}{8}-\frac{13}{40}+\frac{9}{10}$ şi $f_2=\frac{22}{15}-\frac{18}{25}-\frac{11}{50}-\frac{17}{75}$.

Exerciţii şi probleme de dificultate avansată

19. Calculaţi $p\cdot q$, unde $p=\left(1+\frac{1}{2}\right)\cdot\left(1+\frac{1}{3}\right)\cdot\left(1+\frac{1}{4}\right)\cdot\ldots\cdot\left(1+\frac{1}{100}\right)$ şi $q=\left(1-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(1-\frac{1}{3}\right)\cdot\left(1-\frac{1}{4}\right)\cdot\ldots\cdot\left(1-\frac{1}{101}\right)$.

20. Se consideră fracţia $f=\frac{1}{1\cdot4}+\frac{1}{4\cdot7}+\frac{1}{7\cdot10}+\ldots+\frac{1}{100\cdot103}$. Determinaţi fracţia ordinară ireductibilă $\frac{a}{b}$, $a\neq0$, $b\neq0$, pentru care produsul $f\cdot\frac{a}{b}$ reprezintă cel mai mic număr natural.

Ce notă merit?
Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

(3p) **1.** Efectuaţi:

a) $\frac{32}{25}\cdot\frac{15}{16}$; b) $4\frac{9}{10}\cdot\frac{35}{42}$; c) $2\frac{13}{16}\cdot 2\frac{10}{27}$.

(3p) **2.** Calculaţi, aplicând distributivitatea înmulţirii faţă de adunare: $\frac{3}{4}\cdot\left(\frac{8}{5}+\frac{28}{45}\right)$.

(3p) **3.** Comparaţi fracţia ordinară $f=\frac{7}{8}\cdot 2\frac{2}{35}-1\frac{19}{25}\cdot\frac{10}{33}$ cu fracţia ordinară $\frac{17}{12}$.

Lecţia 35. Puterea cu exponent natural a unei fracţii ordinare. Reguli de calcul cu puteri

Citesc şi reţin

Definiţie: Dacă $\frac{a}{b}$ este o fracţie ordinară şi n un număr natural nenul, atunci $\left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a^n}{b^n}$. Prin convenţie, $\left(\frac{a}{b}\right)^0=1$.

Notaţia $\left(\frac{a}{b}\right)^n$ reprezintă **puterea a *n*-a** a fracţiei ordinare $\frac{a}{b}$. Fracţia ordinară $\frac{a}{b}$ se numeşte **baza** puterii, iar numărul natural n se numeşte **exponentul** puterii.

Reguli de calcul cu puteri:

1. $\left(\frac{a}{b}\right)^m\cdot\left(\frac{a}{b}\right)^n=\left(\frac{a}{b}\right)^{m+n}$, $b\neq 0$, m şi n sunt numere naturale;

2. $\left(\frac{a}{b}\right)^m:\left(\frac{a}{b}\right)^n=\left(\frac{a}{b}\right)^{m-n}$, $b\neq 0$, m şi n sunt numere naturale, $m\geq n$;

3. $\left[\left(\frac{a}{b}\right)^m\right]^n=\left(\frac{a}{b}\right)^{m\cdot n}$, $b\neq 0$, m şi n sunt numere naturale;

4. $\left(\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}\right)^m=\left(\frac{a}{b}\right)^m\cdot\left(\frac{c}{d}\right)^m$, $b\neq 0$, $d\neq 0$, m şi n sunt numere naturale;

5. $\left(\frac{a}{b}:\frac{c}{d}\right)^m=\left(\frac{a}{b}\right)^m:\left(\frac{c}{d}\right)^m$, $b\neq 0$, $d\neq 0$, m şi n sunt numere naturale.

Cum se aplică?

1. Efectuaţi:

a) $\left(\frac{6}{7}\right)^2$; b) $\left(\frac{2}{3}\right)^3$; c) $\left(1\frac{1}{2}\right)^4$.

Soluţie:

a) $\left(\frac{6}{7}\right)^2=\frac{6^2}{7^2}=\frac{36}{49}$; b) $\left(\frac{2}{3}\right)^3=\frac{2^3}{3^3}=\frac{8}{27}$; c) $\left(1\frac{1}{2}\right)^4=\left(\frac{3}{2}\right)^4=\frac{3^4}{2^4}=\frac{81}{16}$.

2. Efectuaţi scriind rezultatul sub formă de putere:

a) $\left(\frac{7}{5}\right)^{12}\cdot\left(\frac{7}{5}\right)^8$; b) $\left[\left(\frac{2}{9}\right)^5\right]^7$; c) $\left(\frac{6}{7}\right)^{25}:\left(\frac{6}{7}\right)^9$.

Soluţie:

a) $\left(\frac{7}{5}\right)^{12}\cdot\left(\frac{7}{5}\right)^8=\left(\frac{7}{5}\right)^{12+8}=\left(\frac{7}{5}\right)^{20}$; b) $\left[\left(\frac{2}{9}\right)^5\right]^7=\left(\frac{2}{9}\right)^{5\cdot 7}=\left(\frac{2}{9}\right)^{35}$;

c) $\left(\frac{6}{7}\right)^{25}:\left(\frac{6}{7}\right)^9=\left(\frac{6}{7}\right)^{25-9}=\left(\frac{6}{7}\right)^{16}$.

3. Efectuaţi: $\left(\frac{3}{2}\right)^{11}:\left[\left(\frac{3}{2}\right)^2\right]^4-2\frac{11}{20}$.

Soluţie:

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{11}:\left[\left(\frac{3}{2}\right)^2\right]^4-2\frac{11}{20}=\left(\frac{3}{2}\right)^{11}:\left(\frac{3}{2}\right)^8-\frac{51}{20}=\left(\frac{3}{2}\right)^3-\frac{51}{20}={}^{5)}\frac{27}{8}-{}^{2)}\frac{51}{20}=\frac{135}{40}-$$
$$-\frac{102}{40}=\frac{33}{40}.$$

Ştiu să rezolv

Exerciţii şi probleme de dificultate minimă

1. Efectuaţi:

a) $\left(\frac{3}{4}\right)^2$; b) $\left(\frac{5}{3}\right)^2$; c) $\left(\frac{4}{5}\right)^2$; d) $\left(\frac{7}{3}\right)^2$; e) $\left(\frac{2}{3}\right)^3$; f) $\left(\frac{3}{4}\right)^3$;

g) $\left(\frac{3}{2}\right)^3$; h) $\left(\frac{5}{3}\right)^3$; i) $\left(\frac{1}{2}\right)^4$; j) $\left(\frac{2}{3}\right)^4$; k) $\left(\frac{3}{2}\right)^4$; l) $\left(\frac{4}{3}\right)^4$.

c)									h)									l)								

2. Stabiliţi valoarea de adevăr a următoarelor propoziţii:

a) $\left(1\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{25}{16}$; $\square$ b) $\left(1\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{49}{32}$; $\square$ c) $\left(2\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{49}{9}$; $\square$

d) $\left(1\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{125}{27}$; $\square$ e) $\left(2\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{125}{8}$; $\square$ f) $\left(1\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{27}{16}$. $\square$

3. Completaţi spaţiile punctate cu numărul natural n, din egalitatea:

a) $\left(\frac{1}{2}\right)^n = \frac{1}{32}$ $n =$ ....; b) $\left(\frac{3}{2}\right)^n = \frac{81}{16}$ $n =$ ....; c) $\left(\frac{6}{5}\right)^n = \frac{36}{25}$ $n =$ ....;

d) $\left(\frac{1}{4}\right)^n = \frac{1}{64}$ $n =$ ....; e) $\left(\frac{5}{4}\right)^n = \frac{25}{16}$ $n =$ ....; f) $\left(\frac{3}{4}\right)^n = \frac{27}{64}$ $n =$ ....

4. Calculaţi:

a) $\left(\frac{1}{2}\right)^0 + \left(\frac{1}{2}\right)^1$; b) $\left(\frac{1}{3}\right)^0 + \left(\frac{1}{3}\right)^1$; c) $\left(\frac{1}{2}\right)^1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2$; d) $\left(\frac{1}{4}\right)^0 - \left(\frac{1}{4}\right)^2$.

d)

5. Calculaţi:

a) $\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2$; b) $\left(\frac{3}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{4}\right)^2$; c) $\left(\frac{5}{3}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^3$; d) $\left(\frac{5}{4}\right)^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^3$.

d)

6. Efectuaţi, scriind rezultatul sub formă de putere:

a) $\left(\frac{3}{2}\right)^7 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{15} =$ ....; b) $\left(\frac{7}{3}\right)^8 \cdot \left(\frac{7}{3}\right)^{11} =$ ....; c) $\left(\frac{2}{5}\right)^6 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^{19} =$ ....

7. Efectuaţi, scriind rezultatul sub formă de putere:

a) $\left(\frac{2}{5}\right)^{34} : \left(\frac{2}{5}\right)^{14} =$ ....; b) $\left(\frac{3}{7}\right)^{40} : \left(\frac{3}{7}\right)^{19} =$ ....; c) $\left(\frac{4}{3}\right)^{35} : \left(\frac{4}{3}\right)^{21} =$ ....

8. Efectuaţi, scriind rezultatul sub formă de putere:

a) $\left[\left(\frac{2}{7}\right)^3\right]^{11} =$ ....; b) $\left[\left(\frac{5}{3}\right)^6\right]^{10} =$ ....; c) $\left[\left(\frac{3}{4}\right)^{11}\right]^4 =$ ....

Exerciţii şi probleme de dificultate medie

9. Calculaţi, folosind regulile de calcul cu puteri:

a) $\left[\left(\frac{3}{7}\right)^8\right]^5 : \left(\frac{3}{7}\right)^{17}$; b) $\left[\left(\frac{5}{9}\right)^4\right]^6 : \left(\frac{5}{9}\right)^{11}$; c) $\left(\frac{2}{5}\right)^{51} : \left[\left(\frac{2}{5}\right)^7\right]^3$.

10. Calculaţi, aplicând regulile de calcul cu puteri:

a) $\left[\left(\frac{4}{7}\right)^2 \cdot \left(\frac{4}{7}\right)^3\right]^4 : \left(\frac{4}{7}\right)^{13}$; b) $\left[\frac{9}{5} \cdot \left(\frac{9}{5}\right)^{12}\right]^3 : \left(\frac{9}{5}\right)^{10}$; c) $\left(\frac{3}{7}\right)^{40} : \left[\left(\frac{3}{7}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{7}\right)^5\right]^2$.

11. Calculaţi:

a) $\frac{4}{3} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^3 - \frac{5}{6}$; b) $\frac{8}{5} \cdot \left(\frac{5}{4}\right)^2 - \frac{5}{8}$; c) $\frac{7}{6} + \left(\frac{4}{3}\right)^3 \cdot \frac{3}{8}$.

12. Calculaţi:

a) $\left(\frac{3}{2}\right)^{11} : \left[\left(\frac{3}{2}\right)^2\right]^4 + \frac{3}{2}$; b) $\left[\left(\frac{4}{5}\right)^5\right]^2 : \left(\frac{4}{5}\right)^8 - \frac{2}{5}$; c) $\frac{7}{9} - \left[\left(\frac{2}{3}\right)^4\right]^3 : \left(\frac{2}{3}\right)^9$.

13. Calculaţi:

a) $\left(\frac{3}{2}\right)^3 - \left[\frac{5}{4} \cdot \left(\frac{5}{4}\right)^6\right]^5 : \left(\frac{5}{4}\right)^{33}$; b) $\left[\frac{4}{3} \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^5\right]^7 : \left(\frac{4}{3}\right)^{40} - \left(\frac{5}{6}\right)^2$.

14. Efectuaţi:

a) $\left(\frac{1}{3}\right)^0 + \left(\frac{1}{3}\right)^{21} : \left[\left(\frac{1}{3}\right)^6\right]^3$; b) $\left(\frac{4}{9}\right)^0 - \left(\frac{4}{9}\right)^{30} : \left[\left(\frac{4}{9}\right)^4\right]^7$;

c) $\left(\frac{1}{2}\right)^0 - \left[\left(\frac{9}{8}\right)^2\right]^3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{12}$; d) $\left(\frac{4}{9}\right)^{10} \cdot \left[\left(\frac{27}{8}\right)^3\right]^2 + \left(\frac{1}{7}\right)^0$.

15. Calculaţi:

a) $\frac{16}{15} \cdot \left(\frac{5}{4}\right)^2 + \frac{81}{32} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^3 - \frac{7}{6}$; b) $\left(\frac{5}{3}\right)^3 \cdot \frac{18}{25} - \frac{45}{98} \cdot \left(\frac{7}{6}\right)^2 - \frac{5}{6}$.

16. Se consideră fracţiile ordinare $x = \left(\frac{2}{3}\right)^3 + \left(\frac{2}{3}\right)^2 - \frac{2}{3}$ şi $y = \frac{3}{2} + \left(\frac{3}{2}\right)^2 - \left(\frac{3}{2}\right)^3$.

Calculaţi $x \cdot y$.

17. Se consideră fracţiile ordinare $f_1 = \frac{4}{5} \cdot \frac{5}{6} + \frac{6}{25} \cdot \frac{5}{3}$ şi $f_2 = \frac{9}{25} \cdot 3\frac{1}{18} - 1\frac{7}{9} \cdot \frac{3}{20}$.

Calculaţi $(f_1 \cdot f_2)^2$.

18. Se consideră fracţiile ordinare $x = 3\frac{2}{9} - \frac{5}{4} - \frac{7}{18}$ şi $y = 1\frac{1}{6} - \frac{1}{3} - \frac{1}{4}$. Calculaţi $(x - y)^{100}$.

Exerciţii şi probleme de dificultate avansată

19. Se dă fracţia:

$$f_n = \left(1-\frac{2}{1+3}\right)\cdot\left(1-\frac{3}{1+3+5}\right)\cdot\left(1-\frac{4}{1+3+5+7}\right)\cdot\ldots\cdot\left(1-\frac{n+1}{1+3+5+\ldots+(2n+1)}\right),$$

unde n este număr natural, $n \neq 0$. Determinaţi numărul natural n pentru care $f_n = \left(\frac{1}{10}\right)^3$.

20. Comparaţi cu 1 fracţia $f = \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^3 + \ldots + \left(\frac{1}{2}\right)^n$, unde n este număr natural.

Ce notă merit?
Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

(3p) **1.** Efectuaţi:

a) $\left(\frac{9}{5}\right)^2$; b) $\left(\frac{3}{4}\right)^3$; c) $\left(1\frac{1}{2}\right)^4$.

(3p) **2.** Calculaţi, aplicând regulile de calcul cu puteri: $\left[\left(\frac{5}{7}\right)^3\cdot\left(\frac{5}{7}\right)^5\right]^4 : \left[\left(\frac{5}{7}\right)^5\right]^6$.

(3p) **3.** Arătaţi că fracţia $f = \left(\frac{2}{3}\right)^5\cdot\left(\frac{3}{2}\right)^3 - \left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)^2$ este echivalentă cu fracţia $\frac{10}{24}$.

Lecţia 36. Împărţirea fracţiilor ordinare

Citesc şi reţin

Definiţie: Inversa fracţiei ordinare $\frac{a}{b}$, $a \neq 0$, $b \neq 0$, este fracţia ordinară $\frac{b}{a}$.

Dacă $\frac{a}{b}$, $\frac{c}{d}$ sunt două fracţii ordinare, atunci $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}$.

Cum se aplică?

1. Efectuaţi:

a) $\frac{5}{4}:\frac{9}{7}$; b) $\frac{25}{28}:\frac{10}{21}$.

Soluţie:

a) $\frac{5}{4}:\frac{9}{7}=\frac{5}{4}\cdot\frac{7}{9}=\frac{35}{36}$; b) $\frac{25}{28}:\frac{10}{21}=\frac{\overset{5}{\cancel{25}}}{\underset{4}{\cancel{28}}}\cdot\frac{\overset{3}{\cancel{21}}}{\underset{2}{\cancel{10}}}=\frac{5}{4}\cdot\frac{3}{2}=\frac{15}{8}=1\frac{7}{8}$.

2. Efectuați:

a) $2\frac{11}{12}:\frac{21}{16}$; b) $\frac{2}{3}:\frac{5}{9}:3\frac{1}{5}$.

Soluție:

a) $2\frac{11}{12}:\frac{21}{16}=\frac{35}{12}:\frac{21}{16}=\frac{\cancel{35}^{5}}{\cancel{12}_{3}}\cdot\frac{\cancel{16}^{4}}{\cancel{21}_{3}}=\frac{5}{3}\cdot\frac{4}{3}=\frac{20}{9}=2\frac{2}{9}$;

b) $\frac{2}{3}:\frac{5}{9}:3\frac{1}{5}=\frac{2}{3}:\frac{5}{9}:\frac{16}{5}=\frac{\cancel{2}^{1}}{\cancel{3}_{1}}\cdot\frac{\cancel{9}^{3}}{\cancel{5}_{1}}\cdot\frac{\cancel{5}^{1}}{\cancel{16}_{8}}=\frac{1}{1}\cdot\frac{3}{1}\cdot\frac{1}{8}=\frac{3}{8}$.

3. Efectuați $\frac{11}{16}+3\frac{4}{15}:\frac{14}{5}$.

Soluție:

$$\frac{11}{16}+3\frac{4}{15}:\frac{14}{5}=\frac{11}{16}+\frac{49}{15}:\frac{14}{5}=\frac{11}{16}+\frac{\cancel{49}^{7}}{\cancel{15}_{3}}\cdot\frac{\cancel{5}^{1}}{\cancel{14}_{2}}=\frac{11}{16}+\frac{7}{3}\cdot\frac{1}{2}=\,^{3)}\frac{11}{16}+\,^{8)}\frac{7}{6}=\frac{33}{48}+$$

$$+\frac{56}{48}=\frac{89}{48}=1\frac{41}{48}.$$

Ştiu să rezolv

Exerciţii şi probleme de dificultate minimă

1. Completaţi tabelul următor:

Numărul	6	8	101	47	61	203	5	9
Inversul numărului								

2. Completaţi spaţiile punctate cu inversele următoarelor fracţii ordinare:

a) $\frac{1}{13}$; ...... b) $\frac{1}{4}$; ...... c) $\frac{1}{67}$; ...... d) $\frac{75}{31}$; ...... e) $\frac{4}{9}$; ......

f) $\frac{54}{29}$; ...... g) $1\frac{1}{2}$; ...... h) $2\frac{4}{7}$; ...... i) $5\frac{5}{6}$; ...... j) $7\frac{2}{3}$. ......

3. Efectuaţi:

a) $\frac{3}{2}:2=$ ....; b) $\frac{6}{5}:7=$ ....;

c) $4:\frac{6}{5}$; d) $6:\frac{4}{5}$; e) $9:\frac{3}{7}$; f) $8:\frac{6}{5}$.

4. Efectuaţi:

a) $\frac{2}{3}:\frac{5}{7}=$ ....; b) $\frac{7}{8}:\frac{3}{5}=$ ....;

c) $\frac{9}{4}:\frac{2}{5}$; d) $\frac{8}{9}:\frac{3}{7}$; e) $\frac{5}{9}:\frac{7}{2}$; f) $\frac{6}{5}:\frac{7}{8}$.

5. Efectuaţi împărţirile:

a) $\frac{5}{8}:\frac{3}{4}=$ ....; b) $\frac{6}{7}:\frac{9}{5}=$ ....;

c) $\frac{8}{7}:\frac{4}{3}$; d) $\frac{9}{8}:\frac{5}{2}$; e) $\frac{6}{5}:\frac{9}{7}$; f) $\frac{4}{5}:\frac{2}{3}$.

6. Efectuaţi împărţirile:

a) $\frac{16}{15}:\frac{32}{25}=$ ....; b) $\frac{14}{27}:\frac{28}{63}=$ ....;

c) $\frac{24}{25}:\frac{56}{15}$; d) $\frac{48}{49}:\frac{40}{21}$; e) $\frac{35}{54}:\frac{25}{48}$; f) $\frac{81}{50}:\frac{54}{25}$.

7. Calculaţi:

a) $1\frac{17}{18}:5\frac{1}{4}=$ ....;

b) $1\frac{13}{27}:1\frac{7}{18}$; c) $1\frac{1}{35}:1\frac{17}{28}$; d) $3\frac{11}{15}:1\frac{3}{25}$; e) $1\frac{13}{32}:1\frac{11}{16}$.

8. Calculaţi:

a) $2\frac{22}{25}:\frac{9}{4}:\frac{4}{5}=$ ....;

b) $2\frac{26}{27}:\frac{4}{9}:\frac{5}{3}$; c) $1\frac{11}{49}:\frac{16}{21}:\frac{3}{4}$; d) $2\frac{26}{27}:\frac{20}{3}:\frac{8}{9}$; e) $3\frac{11}{15}:\frac{21}{10}:\frac{4}{3}$.

Exerciţii şi probleme de dificultate medie

9. Produsul a două fracţii ordinare este egal cu $\frac{64}{75}$. Aflaţi una dintre fracţii, ştiind că cealaltă este egală cu:

a) $\frac{16}{15}$; b) $\frac{48}{35}$; c) $\frac{56}{25}$; d) $\frac{96}{45}$.

10. Câtul a două fracţii ordinare este egal cu $5\frac{5}{6}$. Aflaţi împărţitorul, ştiind că deîmpărţitul este egal cu:

a) $2\frac{5}{8}$; b) $8\frac{3}{4}$; c) $6\frac{2}{9}$; d) $16\frac{1}{3}$.

11. Calculaţi:

a) $\dfrac{1\frac{1}{3}:\frac{8}{9}}{1\frac{1}{2}:\frac{2}{5}}:\frac{8}{15}$; b) $\dfrac{\frac{9}{10}:2\frac{2}{5}}{1\frac{7}{8}:\frac{3}{2}}:\frac{16}{5}$; c) $\dfrac{\frac{5}{14}:\frac{8}{21}}{6\frac{2}{3}:\frac{8}{9}}:\frac{7}{12}$;

d) $\dfrac{15}{28}:\dfrac{2\frac{1}{10}:\frac{14}{15}}{\frac{35}{4}:12\frac{1}{2}}$;

e) $\dfrac{15}{8}:\dfrac{3\frac{3}{4}:\frac{25}{16}}{3\frac{3}{7}:\frac{9}{14}}$;

f) $\dfrac{14}{15}:\dfrac{1\frac{13}{14}:\frac{9}{35}}{1\frac{7}{8}:\frac{21}{20}}$.

12. Calculaţi:

a) $1\frac{1}{4}:\frac{3}{2}-\frac{7}{12}$;

b) $\frac{8}{3}:3\frac{1}{5}-\frac{1}{9}$;

c) $\frac{3}{10}+2\frac{2}{9}:\frac{8}{3}$;

d) $\frac{11}{6}-\frac{4}{45}:2\frac{2}{3}$;

e) $1\frac{13}{50}:\frac{9}{2}+\frac{13}{15}$;

f) $2\frac{9}{20}:\frac{14}{5}+\frac{5}{18}$.

13. Calculaţi:

a) $\frac{12}{25}:1\frac{3}{5}+\frac{9}{35}:\frac{3}{14}$;

b) $4\frac{4}{5}:\frac{9}{2}-\frac{14}{75}:\frac{28}{45}$;

c) $\frac{32}{45}:2\frac{2}{3}-\frac{9}{16}:3\frac{3}{8}$;

d) $1\frac{11}{24}:\frac{15}{8}-\frac{16}{27}:2\frac{2}{9}$;

e) $\frac{49}{60}:1\frac{3}{4}-\frac{15}{16}:3\frac{1}{8}$;

f) $\frac{81}{28}:13\frac{1}{2}+\frac{35}{12}:4\frac{2}{3}$.

14. Calculaţi:

a) $\frac{35}{48}:\frac{25}{32}-2\frac{2}{5}:7\frac{1}{2}+\frac{4}{5}$;

b) $\frac{57}{50}-1\frac{4}{5}:4\frac{1}{11}-\frac{15}{16}:\frac{25}{12}$.

15. Se consideră fracţiile ordinare $x=\frac{3}{4}+\frac{5}{18}:1\frac{1}{4}$ şi $y=1\frac{13}{15}:3\frac{1}{5}-\frac{3}{8}$. Calculaţi $x:y$.

16. Se consideră fracţiile ordinare $x=\frac{2}{3}:\frac{3}{4}-\frac{1}{5}:3\frac{3}{5}$ şi $y=\frac{3}{8}:\frac{1}{3}+\frac{1}{5}:\frac{4}{15}$. Calculaţi $(x:y)^2$.

17. Calculaţi $(f_1:f_2)^3$, ştiind că $f_1=\frac{11}{24}+\frac{13}{30}-\frac{1}{5}-\frac{19}{60}$ şi $f_2=\frac{1}{5}+\frac{11}{12}-\frac{13}{25}-\frac{26}{75}$.

18. Se consideră fracţia ordinară $f=1:\left(1+\frac{1}{2}\right):\left(1+\frac{1}{3}\right):\ldots:\left(1+\frac{1}{199}\right)$. Arătaţi că inversa fracţiei f este un număr natural pătrat perfect.

Exerciţii şi probleme de dificultate avansată

19. Se dă fracţia:

$$f_n=\left(1-\frac{2}{1+3}\right)\cdot\left(1-\frac{3}{1+3+5}\right)\cdot\left(1-\frac{4}{1+3+5+7}\right)\cdot\ldots\cdot\left(1-\frac{n+1}{1+3+5+\ldots+(2n+1)}\right),$$

unde n este număr natural, $n\neq 0$. Calculaţi $f_7:f_{13}$.

20. Comparaţi cu 1 fracţia ordinară $f=\dfrac{2^0+2^1+2^2+\ldots+2^{49}}{5^0+5^1+5^2+\ldots+5^{25}}$.

Ce notă merit?
Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

(3p) **1.** Efectuaţi:

a) $\frac{28}{30}:\frac{21}{25}$; b) $\frac{32}{49}:2\frac{2}{7}$; c) $1\frac{19}{56}:2\frac{8}{21}$.

(3p) **2.** Aflaţi rezultatul calculului: $2\frac{5}{6}-2\frac{2}{9}:4\frac{1}{6}$.

(3p) **3.** Scrieţi sub forma cea mai simplă fracţia ordinară $f=\frac{27}{25}:1\frac{5}{49}-\frac{36}{35}:2\frac{6}{7}$ şi apoi precizaţi inversa acesteia.

Lecţia 37. Aflarea unei fracţii dintr-un număr natural. Aflarea unei fracţii dintr-o fracţie

Citesc şi reţin

Aflarea unei fracţii dintr-un număr natural: $\frac{a}{b}$ din $c=\frac{a}{b}\cdot c=\frac{a\cdot c}{b}$.

Aflarea unei fracţii dintr-o fracţie: $\frac{a}{b}$ din $\frac{c}{d}=\frac{a\cdot c}{b\cdot d}$.

Cum se aplică?

1. Calculaţi:

a) $\frac{7}{8}$ din 24; b) $\frac{4}{9}$ din 30.

Soluţie:

a) $\frac{7}{8}$ din $24=\frac{7\cdot \overset{3}{\cancel{24}}}{\underset{1}{\cancel{8}}}=7\cdot 3=21$;

b) $\frac{4}{9}$ din $30=\frac{4}{\underset{3}{\cancel{9}}}\cdot \overset{10}{\cancel{30}}=\frac{4\cdot 10}{3}=\frac{40}{3}$.

2. Calculaţi:

a) $\frac{5}{6}$ din $\frac{36}{25}$; b) $\frac{2}{9}$ din $3\frac{3}{8}$.

Soluţie:

a) $\frac{5}{6}$ din $\frac{36}{25}=\frac{\overset{1}{\cancel{5}}}{\underset{1}{\cancel{6}}}\cdot\frac{\overset{6}{\cancel{36}}}{\underset{5}{\cancel{25}}}=\frac{1}{1}\cdot\frac{6}{5}=\frac{6}{5}$;

b) $\frac{2}{9}$ din $3\frac{3}{8}=\frac{\overset{1}{\cancel{2}}}{\underset{1}{\cancel{9}}}\cdot\frac{\overset{3}{\cancel{27}}}{\underset{4}{\cancel{8}}}=\frac{1}{1}\cdot\frac{3}{4}=\frac{3}{4}$.

3. Un elev s-a pregătit două zile pentru teza la matematică. În prima zi a rezolvat 18 probleme, iar în ziua următoare a rezolvat un număr de probleme mai mare cu $\frac{2}{9}$ din numărul problemelor rezolvate în prima zi. Aflaţi câte probleme a rezolvat elevul în cele două zile.

Soluţie:

$\frac{2}{9}$ din 18 probleme $= \frac{2 \cdot 18}{9}$ probleme $= \frac{36}{9}$ probleme = 4 probleme, deci a doua zi a rezolvat 18 + 4 probleme = 22 probleme.

În cele două zile, elevul a rezolvat 18 + 22 probleme = 40 probleme.

Ştiu să rezolv

Exerciţii şi probleme de dificultate minimă

1. Stabiliţi valoarea de adevăr a următoarelor propoziţii:

a) $\frac{2}{5}$ din $13 = \frac{2 \cdot 13}{5} = \frac{26}{5}$; $\square$

b) $\frac{3}{7}$ din $10 = \frac{3}{7 \cdot 10} = \frac{3}{70}$; $\square$

c) $\frac{9}{8}$ din $\frac{3}{4} = \frac{9:3}{8:4} = \frac{3}{2}$; $\square$

d) $\frac{7}{2}$ din $\frac{3}{5} = \frac{7 \cdot 3}{2 \cdot 5} = \frac{21}{10}$. $\square$

2. Aflaţi:

a) $\frac{2}{3}$ din 21 = ...;

b) $\frac{5}{4}$ din 24 = ...;

c) $\frac{7}{6}$ din 18;

d) $\frac{4}{5}$ din 20;

e) $\frac{2}{7}$ din 35;

f) $\frac{4}{9}$ din 45.

3. O librărie a vândut într-o săptămână $\frac{12}{25}$ din cele 100 de pixuri scoase la vânzare. Câte pixuri a vândut librăria în săptămâna respectivă?

4. Calculaţi:

a) $\frac{5}{4}$ din 14 = ...;

b) $\frac{7}{9}$ din 15 = ...;

c) $\frac{1}{6}$ din 22;

d) $\frac{3}{8}$ din 36;

e) $\frac{4}{9}$ din 21;

f) $\frac{5}{8}$ din 20.

5. Pentru pregătirea tezei la matematică, Ştefan a rezolvat 24 de exerciţii în două zile. Ştiind că în prima zi a lucrat $\frac{5}{8}$ din numărul de exerciţii, aflaţi câte exerciţii a rezolvat Ştefan a doua zi.

6. Calculaţi:

a) $\frac{3}{15}$ din 75 kg = ...;

b) $\frac{7}{16}$ din 64 kg; c) $\frac{7}{18}$ din 90 kg; d) $\frac{9}{14}$ din 84 kg; e) $\frac{5}{24}$ din 96 kg.

7. Un autobuz a parcurs $\frac{5}{8}$ din distanţa de 72 km dintre două localităţi. Determinaţi distanţa pe care o mai are de parcurs autobuzul pentru a ajunge la destinaţie.

8. Aflaţi:

a) $\frac{5}{2}$ din $\frac{8}{5}$ = ...; b) $\frac{5}{3}$ din $\frac{9}{5}$ = ...;

c) $\frac{3}{4}$ din $\frac{8}{3}$; d) $\frac{7}{4}$ din $\frac{8}{7}$; e) $\frac{9}{2}$ din $\frac{8}{9}$; f) $\frac{7}{3}$ din $\frac{6}{7}$.

9. Pentru a cumpăra un abonament de transport cu autobuzul, Mihai a înmânat vânzătoarei o bancnotă de 50 lei. Ştiind că abonamentul costă $\frac{3}{5}$ din valoarea bancnotei, precizaţi ce rest a primit Mihai.

10. Calculaţi:

a) $\frac{4}{9}$ din $\frac{27}{16}$ = ...; b) $\frac{2}{5}$ din $\frac{25}{14}$ = ...;

c) $\frac{5}{3}$ din $\frac{21}{10}$; d) $\frac{3}{8}$ din $\frac{32}{15}$; e) $\frac{7}{5}$ din $\frac{45}{28}$; f) $\frac{8}{9}$ din $\frac{81}{64}$.

Exerciţii şi probleme de dificultate medie

11. O cantină muncitorească a cumpărat într-o zi cantitatea de 30 kg de roşii, în ziua următoare a cumpărat o cantitate mai mare cu $\frac{3}{5}$ din cantitatea de roşii cumpărată în ziua precedentă. Aflaţi cantitatea de roşii cumpărată de cantină în cele două zile.

12. Calculaţi:

a) $\frac{5}{9}$ din $2\frac{4}{25}$; b) $\frac{6}{5}$ din $1\frac{13}{27}$; c) $\frac{9}{8}$ din $4\frac{4}{15}$; d) $\frac{2}{7}$ din $3\frac{17}{20}$.

13. Un camion a parcurs în prima zi distanţa de 240 km, iar în ziua următoare a parcurs o distanţă mai mică cu $\frac{7}{16}$ din distanţa parcursă în prima zi. Aflaţi distanţa parcursă de camion în cele două zile.

14. Aflaţi suma a doi termeni, ştiind că primul termen este egal cu 6072, iar celălalt reprezintă:

a) $\frac{3}{4}$ din primul termen; b) $\frac{5}{6}$ din primul termen.

15. Aflaţi scăzătorul, ştiind că descăzutul este 216, iar diferenţa este:

a) $\frac{5}{6}$ din descăzut; b) $\frac{7}{9}$ din descăzut.

16. Un turist a parcurs, cu autocarul, în 3 zile distanţa de 576 km dintre două localităţi. Ştiind că în prima zi a parcurs $\frac{1}{3}$ din distanţă, iar în ziua următoare, $\frac{3}{4}$ din distanţa străbătută în prima zi, calculaţi distanţa parcursă de turist cu autocarul în ultima zi.

17. Un magazin de telefoane mobile a vândut într-o lună $\frac{3}{5}$ din numărul telefoanelor, iar în luna următoare a vândut $\frac{5}{8}$ din numărul telefoanelor vândute în prima lună. Ştiind că în a doua lună a vândut 135 de telefoane, aflaţi câte telefoane a vândut magazinul în prima lună.

18. Un elev a cheltuit în 3 zile suma de 108 lei. Ştiind că în prima zi a cheltuit $\frac{4}{9}$ din sumă, iar în ziua următoare a cheltuit $\frac{3}{5}$ din rest, calculaţi suma cheltuită de elev în ultima zi.

Exerciţii şi probleme de dificultate avansată

19. Andrei a citit cele 300 de pagini ale unei cărţi în 3 zile. Ştiind că în prima zi a citit $\frac{1}{3}$ din numărul de pagini, iar în ziua următoare a citit mai mult cu $\frac{16}{25}$ din numărul de pagini citite în ziua precedentă, aflaţi câte pagini a citit Andrei în ultima zi.

20. O fermă agricolă a recoltat în prima săptămână $\frac{16}{75}$ din suprafaţa de teren cultivată cu grâu, iar în săptămâna următoare a recoltat $\frac{5}{8}$ din suprafaţa recoltată în prima săptămână. Ştiind că în primele două săptămâni a fost recoltată suprafaţa de 78 ha, calculaţi suprafaţa de teren cultivată cu grâu.

Ce notă merit?
Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

(3p) **1.** Calculaţi:

a) $\frac{4}{9}$ din 180; b) $\frac{5}{6}$ din 48 km; c) $\frac{11}{25}$ din 70 t.

(3p) **2.** Calculaţi:

a) $\frac{5}{8}$ din $\frac{56}{45}$; b) $\frac{16}{49}$ din $\frac{7}{8}$; c) $\frac{4}{3}$ din $2\frac{1}{16}$.

(3p) **3.** Cantitatea de 48 tone de materiale de construcţie a fost vândută în 3 luni. Ştiind că în prima lună s-a vândut $\frac{3}{8}$ din întreaga cantitate, iar în luna următoare s-a vândut $\frac{2}{5}$ din cantitatea rămasă, aflaţi cantitatea de materiale vândută în ultima lună.

Lecţia 38. Procente. Aflarea unui procent dintr-un număr natural. Aflarea unui procent dintr-o fracţie

Citesc şi reţin

Fracţia ordinară $\frac{p}{100}$, unde p este număr natural, se notează $p\%$ şi se citeşte „p la sută” sau „p procente”. În concluzie, $p\% = \frac{p}{100}$.

Aflarea unui procent dintr-un număr natural: $p\%$ din $a = \frac{p}{100} \cdot a = \frac{p \cdot a}{100}$.

Aflarea unui procent dintr-o fracţie: $p\%$ din $\frac{a}{b} = \frac{p}{100} \cdot \frac{a}{b} = \frac{p \cdot a}{100 \cdot b}$.

Cum se aplică?

1. Determinaţi fracţiile ireductibile reprezentate de:

a) 16%; b) 60%.

Soluţie:

a) $16\% = \frac{16^{(4}}{100} = \frac{4}{25}$; b) $60\% = \frac{60^{(20}}{100} = \frac{3}{5}$.

2. Calculaţi:

a) 24% din 75; b) 45% din 65.

Soluţie:

a) 24% din 75 $= \frac{24^{(4}}{100} \cdot 75 = \frac{6}{25} \cdot 75 = \frac{6 \cdot 75}{25} = \frac{450^{(25}}{25} = 18$;

b) 45% din 65 $= \frac{45^{(5}}{100} \cdot 65 = \frac{9}{20} \cdot 65 = \frac{9 \cdot 65}{20} = \frac{585^{(5}}{20} = \frac{117}{4}$.

3. Preţul unui obiect era de 860 lei. Calculaţi preţul obiectului după o ieftinire cu 5%.

Soluţie:

5% din 860 lei $= \frac{5^{\ (5}}{100} \cdot$ 860 lei $= \frac{1}{20} \cdot$ 860 lei $= \frac{860}{20}$ lei = 43 lei. Preţul obiectului după ieftinire este egal cu 860 lei – 43 lei = 817 lei.

Ştiu să rezolv

Exerciţii şi probleme de dificultate minimă

1. Citiţi următoarele propoziţii şi stabiliţi valoarea lor de adevăr:

a) $23\% = \frac{100}{23}$; ☐ b) $39\% = \frac{39}{100}$; ☐ c) $71\% = \frac{71}{100}$; ☐ d) $57\% = \frac{100}{57}$. ☐

2. Determinaţi fracţiile ireductibile reprezentate de:

a) 45% = ...; b) 28% = ...;

c) 10%; d) 20%; e) 25%; f) 75%.

3. Determinaţi fracţiile ireductibile reprezentate de:

a) 12%; b) 24%; c) 40%; d) 36%;

e) 125% = ...; f) 120% = ...

4. Aflaţi:

a) 48% din 125 = ...;

b) 15% din 220; c) 16% din 225; d) 18% din 400; e) 70% din 140.

5. Preţul unui televizor era 2025 de lei. Aflaţi preţul televizorului după o scumpire cu 4%.

6. Calculaţi:

a) 28% din 60 = ...;

b) 30% din 54; c) 45% din 74; d) 65% din 75; e) 85% din 96.

7. În anul 2011, producţia de grâu a unei ferme agricole a fost de 870 tone, iar în anul următor, producţia de grâu a scăzut cu 10%. Aflaţi cantitatea de grâu care s-a recoltat în anul 2012.

8. Calculaţi:

a) 36% din 50 km = ...;

b) 75% din 60 km; c) 44% din 175 km; d) 12% din 300 km; e) 28% din 325 km.

9. Andrei a cheltuit 75 de lei în două zile. Ştiind că a doua zi a cheltuit 32% din sumă, calculaţi suma cheltuită de Andrei în prima zi.

10. Calculaţi:

a) 24% din $\frac{5}{4}$ = ...;

b) 25% din $\frac{6}{5}$; c) 48% din $\frac{5}{6}$; d) 72% din $\frac{5}{9}$; e) 75% din $\frac{8}{9}$.

Exerciţii şi probleme de dificultate medie

11. Radu a depus la bancă suma de 2500 lei pe o perioadă de un an cu dobândă fixă de 3%. Ce sumă de bani avea Radu în cont la sfârşitul anului?

12. Calculaţi:

a) 120% din $2\frac{7}{9}$; b) 80% din $2\frac{13}{16}$; c) 65% din $1\frac{19}{26}$; d) 175% din $2\frac{4}{7}$.

13. Ion are 38 de ani. Aflaţi vârsta fiului său, ştiind că peste 12 ani vârsta acestuia va reprezenta 60% din vârsta tatălui său.

14. Preţul de 250 lei al unui aspirator a fost majorat cu 4%, iar după un timp, noul preţ a fost redus cu 5%. Determinaţi preţul aspiratorului după reducere.

15. Aflaţi suma a doi termeni, ştiind că primul este egal cu 11075, iar celălalt reprezintă:
a) 12% din primul termen; b) 40% din primul termen.

16. Ştefan a citit cele 240 de pagini ale unei cărţi în 3 zile. Ştiind că în prima zi a citit 35% din numărul de pagini, iar în ziua următoare a citit 75% din numărul de pagini citite în ziua precedentă, calculaţi numărul de pagini citite de Ştefan în ultima zi.

17. Ioana a cheltuit 650 de lei în 3 zile. Ştiind că în prima zi a cheltuit 30% din sumă, iar în ziua următoare a cheltuit 40% din rest, calculaţi suma cheltuită de Ioana în ultima zi.

18. Aflaţi scăzătorul ştiind că descăzutul este egal cu 7650, iar diferenţa este egală cu:
a) 18% din descăzut; b) 24% din descăzut.

Exerciţii şi probleme de dificultate avansată

19. În prima zi un turist a parcurs $\frac{15}{32}$ din lungimea unui traseu turistic, iar în ziua următoare a parcurs 80% din distanţa parcursă în ziua precedentă. Ştiind că a doua zi a parcurs 201 km, calculaţi lungimea traseului turistic.

20. O societate comercială a exportat în 3 luni cantitatea de 375 tone de grâu. Ştiind că în prima lună a exportat 32% din cantitate, iar în luna următoare a exportat mai mult cu 20% din cantitatea exportată în luna precedentă, aflaţi cantitatea de grâu exportată în ultima lună.

Ce notă merit?
Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

(3p) **1.** Determinaţi fracţiile ireductibile reprezentate de:
a) 50%; b) 12%; c) 40%.

(3p) **2.** Calculaţi:
a) 10% din 6380; b) 24% din 125 m; c) 75% din 216 t.

(3p) **3.** Maria are 40 de ani. Calculaţi vârsta fiicei sale, ştiind că în urmă cu 5 ani vârsta acesteia reprezenta 20% din vârsta mamei sale.

Teste de evaluare sumativă

Testul 1

Se acordă 1 punct din oficiu.

(2p) **1.** Calculaţi:

a) $\frac{3}{4}$ din 36; b) $\frac{7}{5}$ din $\frac{25}{14}$.

(2p) **2.** Se consideră fracţia ordinară $a = \frac{7}{5}$. Scrieţi inversa fracţiei ordinare a^2.

(1p) **3.** Scoateţi întregii din fracţia $f = \frac{5}{9} \cdot 2\frac{2}{5} + 2\frac{1}{3}$.

(1p) **4.** O librărie a vândut în primele două săptămâni din luna septembrie 320 de caiete. Ştiind că în prima săptămână a vândut 40% din numărul caietelor, aflaţi câte caiete a vândut librăria în cea de a doua săptămână?

(1p) **5.** Determinaţi numărul natural n din egalitatea: $\left(\frac{2}{3}\right)^n : \frac{4}{3} = \frac{2}{9}$.

(2p) **6.** Se consideră fracţia ordinară $a = 1\frac{4}{5} : \frac{6}{5} - \left(1\frac{1}{4}\right)^2 \cdot \frac{56}{75}$. Calculaţi $a^3 : \left(\frac{2}{3}\right)^2$.

Testul 2

Se acordă 1 punct din oficiu.

(2p) **1.** Scrieţi sub formă de fracţie ordinară ireductibilă:

a) 36%; b) 65%.

(2p) **2.** Se consideră fracţia ordinară $a = \frac{3}{2}$. Scoateţi întregii din fracţia ordinară a^4.

(1p) **3.** Scrieţi sub forma cea mai simplă inversa fracţiei $f = 2\frac{5}{8} \cdot \frac{2}{9} + \frac{3}{8}$.

(1p) **4.** La selecţia organizată de un club sportiv de atletism au participat 15 elevi din clasa a V-a. Ştiind că $\frac{3}{5}$ dintre aceştia au fost respinşi, aflaţi numărul elevilor admişi.

(1p) **5.** Aflaţi rezultatul calculului: $1 - \left(\frac{7}{9}\right)^{17} : \left[\frac{7}{9} \cdot \left(\frac{7}{9}\right)^4\right]^3$.

(2p) **6.** Se consideră fracţia $f = \left(\frac{3}{4}\right)^2 \cdot 1\frac{5}{9} - \frac{5}{8} : 1\frac{7}{18}$. Comparaţi fracţiile f şi $\frac{7}{16}$.

Testul 3

Se acordă 1 punct din oficiu.

(2p) **1.** Calculaţi:

a) $\frac{5}{9}$ din $\frac{21}{25}$; b) 18% din 150.

(2p) **2.** Introduceţi întregii în fracţia $a = 1\frac{1}{3}$ şi apoi calculaţi a^3.

(1p) **3.** Scoateţi întregii din fracţia ordinară $f = 1\frac{11}{14} + \frac{1}{6} \cdot 2\frac{2}{7}$.

(1p) **4.** Ioana a cheltuit în trei zile suma de 250 lei. Ştiind că în prima zi a cheltuit 28% din sumă, iar în ziua următoare a cheltuit $\frac{6}{7}$ din suma cheltuită în prima zi, aflaţi suma cheltuită în ultima zi.

(1p) **5.** Comparaţi fracţia ordinară $f = \left[\frac{3}{7} \cdot \left(\frac{3}{7}\right)^2 \cdot \left(\frac{3}{7}\right)^3\right]^4 : \left(\frac{3}{7}\right)^{22}$ cu fracţia $\frac{6}{31}$.

(2p) **6.** Scrieţi inversa fracţiei ordinare $a = 3\frac{4}{15} : 2\frac{1}{10} - \left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot 1\frac{31}{32}$.

Fişă pentru portofoliul elevului

Numele şi prenumele:
Clasa a V-a
Capitolul: Fracţii ordinare
Se acordă 10 puncte din oficiu.

I. Dacă propoziţia este adevărată, subliniaţi litera A, iar dacă propoziţia este falsă, subliniaţi litera F.

(7p) **1.** Suma fracţiilor ordinare $\frac{2}{5}$ şi $\frac{3}{5}$ este egală cu 1. A F

(7p) **2.** Calculând $\frac{3}{7}$ din 42 km, obţinem 18 km. A F

(7p) **3.** Inversa fracţiei ordinare $\frac{17}{19}$ este fracţia $\frac{19}{17}$. A F

II. Completaţi spaţiile punctate cu răspunsul corect.

(7p) **1.** Ştiind că $\left(\frac{2}{3}\right)^n = \frac{16}{81}$, atunci numărul natural n este egal cu ....

(7p) **2.** În clasa a V-a E sunt 25 de elevi. Dacă 40% din efectivul clasei sunt băieţi, atunci numărul fetelor din clasă este egal cu ....

(7p) **3.** Scriind sub formă de fracţie ordinară ireductibilă rezultatul calculului $\frac{3}{8} \cdot \frac{2}{9}$, obţinem ....

III. Încercuiţi litera corespunzătoare singurului răspuns corect.

(8p) **1.** Rezultatul calculului $2\frac{4}{9}-\left(\frac{5}{8}:\frac{3}{4}\right)^2$ este egal cu:

A. $\frac{8}{5}$; B. $2\frac{1}{3}$; C. $1\frac{3}{4}$; D. $\frac{4}{9}$.

(8p) **2.** Andrei are 12 ani. Ştiind că în urmă cu patru ani vârsta lui Andrei reprezenta $\frac{2}{9}$ din vârsta tatălui său, atunci vârsta tatălui în prezent este egală cu:

A. 36 ani; B. 45 ani; C. 38 ani; D. 40 ani.

(8p) **3.** Inversa fracţiei ordinare $f = 1 - \dfrac{\frac{20}{27}\cdot\frac{18}{25}}{1\frac{1}{6}:\frac{21}{32}}$ este egală cu:

A. $\frac{15}{4}$; B. $\frac{7}{10}$; C. $\frac{5}{12}$; D. $\frac{16}{3}$.

La exerciţiile IV. şi V. scrieţi pe fişă rezolvările complete.

IV. *(8p)* Fie fracţia ordinară $f = 6\frac{3}{8}:4\frac{1}{2}-\frac{2^{52}+2^{54}}{2^{55}-2^{51}}$. Comparaţi fracţiile ordinare f şi $\frac{4}{5}$.

V. Fie fracţiile ordinare $f_1 = 1\frac{1}{4}\left(1\frac{13}{15}-\frac{17}{25}-\frac{32}{75}\right)$ şi $f_2 = \left[\left(\frac{2}{3}\right)^2+\left(\frac{3}{2}\right)^2-\left(\frac{5}{6}\right)^2\right]^3-4\frac{1}{5}$.

(8p) a) Aplicând distributivitatea înmulţirii faţă de scădere, arătaţi că $f_1 = \frac{19}{20}$.

(8p) b) Determinaţi numărul natural n pentru care are loc egalitatea $f_1 : f_2 = \left(\frac{1}{n}\right)^n$.

Model de test pentru Evaluarea Națională
Capitolul: Fracții ordinare

PARCUL NAȚIONAL CEAHLĂU

Parcul Naţional Ceahlău este situat în zona central-nordică a Carpaţilor Orientali, în extremitatea vestică a judeţului Neamţ. Clima în masivul muntos Ceahlău este temperat-continentală, cu particularităţi pentru ţinutul munţilor înalţi şi ţinutul munţilor mijlocii.

Pentru a răspunde la cerinţele 1-3, citiţi următorul text:

În masivul muntos Ceahlău, cele mai ridicate temperaturi din an se înregistrează în luna iulie, când temperatura medie la poale este de 23°C, iar în zona înaltă temperatura medie este de 9°C. În tabelul următor sunt prezentate valorile temperaturilor înregistrate între ora 7 şi ora 13, în zona înaltă a muntelui Ceahlău într-o zi din luna iulie.

Ora	7	8	9	10	11	12	13
Temperatura	2°C	3°C	5°C	7°C	9°C	13°C	17°C

Încercuiţi litera corespunzătoare răspunsului corect.

1. Conform informaţiilor din tabel, valoarea temperaturii de 9°C s-a înregistrat la ora:
A. 12; B. 7; C. 9; D. 11.

2. Conform informaţiilor din tabel, variaţia de temperatură între ora 7 şi ora 13 a fost egală cu:
A. 3°C; B. 14°C; C. 15°C; D. 0°C.

3. Conform informaţiilor din tabel, media valorilor temperaturilor înregistrate la ora 8 şi la ora 12 este egală cu:
A. 8°C; B. 3°C; C. 11°C; D. 7°C.

Pentru a răspunde la cerinţele 4-6, citiţi următorul text:

Valoarea ştiinţifică a Munţilor Ceahlău este dată de existenţa a peste 1500 de specii de plante superioare valoroase, plante rare, monumente ale naturii din care 62 de specii sunt endemice Carpaţilor. Un botanist împreună cu doi studenţi au venit în Parcul Naţional Ceahlău pentru a studia flora existentă pe teritoriul parcului.

4. Se ştie că suma vârstelor celor doi studenţi reprezintă $\frac{5}{7}$ din vârsta de 63 ani a botanistului. Calculaţi suma vârstelor celor doi studenţi.

5. Vârstele celor doi studenţi se exprimă prin două numere naturale consecutive. Calculaţi vârstele celor doi studenţi.

6. Aflaţi peste câţi ani vârsta botanistului va fi egală cu suma vârstelor celor doi studenţi.

Pentru a răspunde la cerinţele 7-9, citiţi următorul text:

Un elev din clasa a V-a are ca temă la Biologie realizarea unui referat despre ponderea şi compoziţia pădurilor de pe teritoriul Parcului Naţional Ceahlău. Accesând informaţii de pe Internet, elevul a aflat că suprafaţa totală a Parcului Naţional Ceahlău este de aproximativ 8400 ha, iar $\frac{6}{7}$ *din această suprafaţă este împădurită, cele mai răspândite specii de arbori fiind molidul, fagul şi bradul. Se ştie că molidul ocupă 45% din suprafaţa împădurită, bradul ocupă 45% din rest, iar fagul ocupă suprafaţa rămasă.*

7. Calculaţi suprafaţa pădurilor de molid.

8. Calculaţi suprafaţa pădurilor de brad.

9. Rotunjiţi la sute suprafaţa pădurilor de fag.

MODELE DE TESTE PENTRU EVALUAREA CUNOŞTINŢELOR

(*Capitolele: Numere naturale, Divizibilitatea numerelor naturale, Fracţii ordinare*)

Testul 1

Se acordă 1 punct din oficiu.

Subiectul I. Încercuiţi litera corespunzătoare singurului răspuns corect.

(0,9p) **1.** Rezultatul calculului (478 + 1652) : 10 este egal cu:

A. 214; B. 405; C. 131; D. 213.

(0,9p) **2.** Câtul şi restul împărţirii 786 : 23 sunt egale cu:

A. 19 şi 8; B. 27 şi 6; C. 34 şi 4; D. 43 şi 3.

(0,9p) **3.** Produsul divizorilor proprii ai numărului natural 12 este egal cu:

A. 12^2; B. 4^2; C. 6^2; D. 21^2.

(0,9p) **4.** Diferenţa a două numere naturale prime este egală cu 15. Cele două numere sunt:

A. 21 şi 6; B. 19 şi 4; C. 17 şi 2; D. 18 şi 3.

(0,9p) **5.** Amplificând fracţia ordinară $\frac{18}{13}$ cu 5, obţinem fracţia:

A. $\frac{72}{60}$; B. $\frac{90}{65}$; C. $\frac{80}{55}$; D. $\frac{80}{60}$.

Subiectul al II-lea. La următoarele probleme se cer rezolvări complete.

(0,9p) **1.** Aflaţi rezultatul calculului $\{[51 : (18^2 : 12 - 10) + 2^3] \cdot 7 + 2^2\} : [(3 \cdot 3^3)^5 : 3^{17}]$.

(0,9p) **2.** Se consideră numărul natural $a = 73 \cdot 179 + 875 \cdot 73 + 27 \cdot 1054$. Arătaţi că a este un multiplu de 10.

(0,9p) **3.** Suma a două numere naturale este egală cu 180. Aflaţi cele două numere, ştiind că unul dintre ele este de patru ori mai mare decât celălalt.

(0,9p) **4.** Determinaţi cifra a, $a \neq 0$, pentru care fracţia ordinară $\frac{\overline{7a}}{\overline{a4}}$ este ireductibilă.

(0,9p) **5.** Se consideră numărul natural $a = 2^{n+2} \cdot 5^n - 1$, unde n este număr natural. Arătaţi că $a \vdots 3$.

Testul 2

Se acordă 1 punct din oficiu.

Subiectul I. Încercuiţi litera corespunzătoare singurului răspuns corect.

(0,9p) **1.** Diferenţa a două numere naturale este egală cu 1234. Dacă descăzutul este egal cu 4321, atunci scăzătorul este:

A. 3128; B. 2078; C. 3087; D. 2905.

(0,9p) **2.** Numărul de 10 ori mai mare decât 7^2 este egal cu:

A. 170; B. 490; C. 140; D. 210.

(0,9p) **3.** Cel mai mare divizor comun al numerelor naturale 12 şi 18 este egal cu:

A. 8; B. 4; C. 9; D. 6.

(0,9p) **4.** Comparând numerele naturale $m = 5^{23}$ şi $n = 25^{12}$ rezultă că:

A. $m \leq n$; B. $m > n$; C. $m < n$; D. $m \geq n$.

(0,9p) **5.** Dacă scoatem întregii din fracţia ordinară $\frac{249}{7}$, obţinem:

A. $35\frac{4}{7}$; B. $52\frac{5}{7}$; C. $28\frac{3}{7}$; D. $42\frac{2}{7}$.

Subiectul al II-lea. La următoarele probleme se cer rezolvări complete.

(0,9p) **1.** Determinaţi numărul natural n pentru care fracţiile ordinare $\frac{4}{3}$ şi $\frac{8}{n}$ sunt echivalente, $n \neq 0$.

(0,9p) **2.** Se consideră numărul natural $a = [(3^{11} + 2 \cdot 3^{11})^2 : 3^{23} + 2^0]^{11}$. Arătaţi că a este pătrat perfect.

(0,9p) **3.** Ştiind că două cărţi şi trei caiete costă 56 lei, iar două cărţi şi cinci caiete costă 60 lei, aflaţi cât costă şapte cărţi.

(0,9p) **4.** Aflaţi cel mai mare număr natural care împărţit la 27 dă câtul de patru ori mai mic decât restul.

(0,9p) **5.** Se consideră numărul natural $a = 2^n \cdot 5^{n+3} + 1$, unde n este număr natural. Arătaţi că $a \,\vdots\, 9$.

Testul 3

Se acordă 1 punct din oficiu.

Subiectul I. Încercuiţi litera corespunzătoare singurului răspuns corect.

(0,9p) **1.** Rotunjind la sute numărul natural 70254, obţinem numărul:
A. 70260; B. 70300; C. 70200; D. 70250.

(0,9p) **2.** Diferenţa numerelor narurale 6103 şi 768 este un număr natural divizibil cu:
A. 2; B. 3; C. 4; D. 5.

(0,9p) **3.** Scriind sub formă de putere rezultatul calulului $(7 \cdot 7^{10}) : 7^5$ obţinem:
A. 7^6; B. 7^7; C. 7^4; D. 7^5.

(0,9p) **4.** Suma primilor cinci multipli ai lui 10 este egală cu:
A. 5^2; B. 12^2; C. 10^2; D. 6^2.

(0,9p) **5.** Scrisă sub formă ireductibilă, fraţia ordinară $\frac{90}{72}$ devine:
A. $\frac{4}{3}$; B. $\frac{6}{5}$; C. $\frac{9}{7}$; D. $\frac{5}{4}$.

Subiectul al II-lea. La următoarele probleme se cer rezolvări complete.

(0,9p) **1.** Comparaţi numerele naturale $x = 3^{51}$ şi $y = 5^{34}$.

(0,9p) **2.** Aflaţi rezultatul calculului $(2^2 + 3^2)^9 : \{2^3 - 75 : [(585 : 13 - 3^3) \cdot 2 - 11]\}^{15}$.

(0,9p) **3.** La ora de chimie, pentru realizarea unui experiment, cei 28 de elevi ai clasei au fost împărţiţi în 11 grupe, unele cu câte 2 elevi şi altele cu câte 3 elevi. Aflaţi numărul grupelor cu 2 elevi şi numărul grupelor cu 3 elevi.

(0,9p) **4.** Împărţind numărul natural a la 70, obţinem restul 55. Aflaţi restul împărţirii numărului natural a la 14.

(0,9p) **5.** Determinaţi numărul natural n pentru care $\frac{8^5}{3^n} > \frac{32^3}{27^2}$.

INDICAȚII ȘI RĂSPUNSURI

TESTE DE EVALUARE INIȚIALĂ

Testul 1

Partea I:

Nr. item	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Rezultate	C	B	D	A	B	A	D	C	D

Partea a II-a: **1.** 700. **2.** a) x poate fi: 0, 1, 2, 3, 4, 5 sau 6; b) x poate fi: 7, 8 sau 9. **3.** a) 36 lei; b) 54 lei; c) 90 lei.

Testul 2

Partea I:

Nr. item	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Rezultate	D	B	B	B	A	B	D	B	A

Partea a II-a: **1.** 10. **2.** a) $n = 1$; b) $n = 1$ sau $n = 2$ sau $n = 3$. **3.** a) 15 lei; b) 20 lei; c) 145 lei.

Testul 3

Partea I:

Nr. item	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Rezultate	C	B	D	A	B	C	A	D	B

Partea a II-a: **1.** 4090. **2.** a) $x = 9$ și $y = 2$; b) $x = 9$ și $y = 0$ sau $x = 9$ și $y = 1$. **3.** a) 234 caiete; b) 293 caiete; c) 650 caiete.

ALGEBRĂ

CAPITOLUL I. NUMERE NATURALE

Lecția 1. Scrierea și citirea numerelor naturale

1. a) 3 sute 58; b) 5 sute 4; c) 6 sute 12; d) 7 sute 90; e) 4 mii 123; f) 5 mii 17; g) 6 mii 704; h) 9 mii 820; i) 12 mii 345; j) 42 mii 38; k) 50 mii 821; l) 83 mii 106. **2.** a) 523 mii 149; b) 603 mii 468; c) 700 mii 207; d) 206 mii 46; e) 1 milion 20 mii 400; f) 2 milioane 203 mii 109; g) 6 milioane 6 mii 5; h) 40 de milioane 401 mii 108. **3.** a) 18, 81; b) 225, 252, 522, 552, 525, 255; c) 409, 490, 904, 940. **4.** a) 691, 961, 169, 619; b) 5780, 5870, 7580, 7850, 8570, 8750, 5078, 5708, 7058, 7508. **5.** a) 9301; b) 2902; c) 5039; d) 4064; e) 12005; f) 19007. **6.** a) 4803; b) 5701; c) 12358; d) 902804. **7.** a) 102070; b) 707009; c) 915008; d) 504106. **8.** a) 84209; b) 35842; c) 792085; d) 608943. **9.** a) 1204102; b) 3020700; c) 31100020; d) 65002805. **13.** a) A; b) A. **14.** a) luni și joi; b) joi și marți; c) miercuri și vineri.

15.

Numărul	75	100	5279	10692	90	406	9274	51179
Predecesorul	74	99	5278	10691	89	405	9273	51178
Succesorul	76	101	5280	10693	91	407	9275	51180

16. a) Clasa unităților, ordinul sutelor; b) Clasa miilor, ordinul unităților; c) Clasa miilor, ordinul zecilor; d) Clasa unităților, ordinul zecilor; e) Clasa miilor, ordinul zecilor; f) Clasa miilor, ordinul unităților; g) Clasa unităților, ordinul sutelor; h) Clasa miilor, ordinul sutelor. **17.** a) 54; b) 27; c) 382; d) 501; e) 9257; f) 4285; g) 50714; h) 95321. **18.** 11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99. **19.** a) C. 2 sau 8; b) D. 3 sau 7. **20.** a) 1070, 1272, 1474, 1676, 1878; b) 3511, 3533, 3555, 3577, 3599. **21.** i) a) 312, 321; b) 514, 523, 541, 532; ii) a) 199, 991, 393; b) 166, 661, 263, 362. **22.** a) 4132, 4231; b) 4133, 4331. **23.** a) 5640, 5604, 5622; b) 5650, 5632, 5614. **24.** a) 12235, 14135, 11435, 14531, 15431; b) 13233, 12333, 12139, 11239, 16133, 11633. **25.** a) 5100, 5142, 5184; b) 8050, 8652; c) 4700, 4714, 4728. **26.** 579. **27.** 90 de numere. **28.** Observăm că $p = 500$ și $i = 501$. După fiecare „operație”, dacă cele trei numere sunt pare, rezultă $p = p - 2$ și $i = i$; dacă cele trei numere sunt impare, rezultă $p = p$ și $i = i - 2$; dacă două numere sunt pare și unul impar, rezultă $p = p - 2$ și $i = i$, iar dacă două numere sunt impare și unul par, rezultă $p = p$ și $i = i - 2$; deci numărul numerelor impare de pe tablă este întotdeauna număr impar, prin urmare ultimul număr este impar, deci răspunsul este „Da”. **29.** Numerele cerute sunt de forma $\overline{abc}$, $a \neq 0$, şi evident $c = 9$. Cazul $b = 9$ nu este pozibil, iar în cazul $b < 9$, obţinem $a + b + c = 3(a + b + 1 + 0)$, de unde rezultă că $a + b = 3$ şi obţinem numerele: 129, 219 şi 309. **30.** $\overline{abcd} = 9 \cdot \overline{bcd}$, de unde rezultă că $8 \cdot \overline{bcd} = 1000a$ şi obţinem $\overline{bcd} = 125a$. Pentru a egal cu: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, obţinem numerele: 1125, 2250, 3375, 4500, 5625, 6750, 7875. Pentru a egal cu: 8, 9, numărul $125a$ are 4 cifre, prin urmare în aceste cazuri nu se obţin soluţii.

Ce notă merit? Test de evaluare stadială

1. a) 5062; b) 18013; c) 476071. **2.** a) cifra 0 face parte din clasa unităţilor şi este de ordinul sutelor; b) cifra 3 face parte din clasa miilor şi este de ordinul zecilor; c) cifra 2 face parte din clasa milioanelor şi este de ordinul unităţilor. **3.** 71223, 71621.

Lecţia 2. Reprezentarea numerelor naturale pe axă

1. a) A; b) F. **2.** O are coordonata 0, A are coordonata 1, B are coordonata 2, C are coordonata 4, D are coordonata 6, E are coordonata 7. **3.** O are coordonata 0, A are coordonata 3, B are coordonata 5, C are coordonata 8, D are coordonata 10, E are coordonata 13, F are coordonata 14, G are coordonata 17. **10.** a) 2 cm; b) 5 mm. **11.** a) 3 cm; b) 14 mm. **12.** $OE = 16$ cm, $OF = 18$ cm. **13.** $OM = 25$ mm, $ON = 45$ mm. **14.** $AB = 56$ mm. **15.** Notăm cu u lungimea unităţii de măsură. $DE = 5u$, deci $u = 6$ mm, prin urmare $OF = 6{,}6$ cm.

Ce notă merit? Test de evaluare stadială

2. $u = 2$ cm. **3.** $MN = 7u = 7$ cm.

Lecţia 3. Compararea şi ordonarea numerelor naturale

1. a) 798 < 2011; b) 3001 > 975; c) 1002 > 999; d) 7899 < 20111; e) 12312 > 8975; f) 9906 < < 15002; g) 88879 < 100000; h) 95807 < 102103; i) 200103 > 99988. **2.** a) iulie; b) septembrie. **3.** a) 2016; b) 2015. **4.** a) 275 < 279; b) 581 > 579; c) 835 < 840; d) 3556 > 3546; e) 4901 > 4899; f) 7206 < 7305; g) 65279 < 65312; h) 86061 > 86049; i) 95037 > 95032. **5.** a) 123458 < 123502; b) 520764 < 520771; c) 771456 > 771452; d) 616543 > 615907; e) 409528 < 409601; f) 817562 > > 817560. **6.** a) 7841, 7850, 7930; b) 8199, 8243, 8259; c) 12345, 12354, 12453; d) 63999, 64529, 64921. **7.** Bacalaureat, Sieranevada, Aferim. **8.** a) 4610, 4602, 4601; b) 2178, 2177, 2175; c) 63000, 62505, 61995; d) 89263, 89201, 89164. **9.** a) 563999, 564132; b) 808795, 809280; c) 321502, 324001; d) 725486, 725602. **10.** a) 9012 > 8976; b) 1789 < 3102. **11.** a) 9996, 9997, 9998, 9999; b) 10000, 10001, 10002, 10003, 10004, 10005. **12.** a) 24803, 24804, 24805, 24806; b) 5157, 5158, 5159, 5160. **13.** a) 7210, 7212, 7214; b) 13603, 13605, 13607, 13609. **14.** a) 10068, 88610; b) 100168, 886610. **15.** 11137. **16.** 62112. **17.** 843201. **18.** 102356. **19.** 36 de numere. **20.** a) Dacă $a < 4$, atunci $\overline{72a49} < \overline{724a9}$, dacă $a = 4$, atunci $\overline{72a49} = \overline{724a9}$, iar dacă $4 < a$, atunci $\overline{72a49} > \overline{724a9}$; b) Dacă $a < 7$, atunci $\overline{8a752} < \overline{87a52}$, dacă $a = 7$, atunci $\overline{8a752} = \overline{87a52}$, iar dacă $a > 7$, atunci $\overline{8a752} > \overline{87a52}$; c) Dacă $a < 4$, atunci $\overline{54a61} > \overline{5a461}$, dacă $a = 4$, atunci $\overline{54a61} = \overline{5a461}$, dacă $a > 4$, atunci $\overline{54a61} < \overline{5a461}$. **21.** a) $a = 8$ şi $b \leq 7$ sau $a = 9$ şi $b \leq 9$; b) $a < 5$ şi $b \leq 9$ sau $a = 5$ şi $6 \leq b \leq 9$; c) $a < 6$ şi $b \leq 9$ sau $a = 6$ şi $7 \leq b \leq 9$. **22.** $a = 6$ şi $b = 1$ sau $a = 7$ şi $b = 0$. **23.** $3a + 3 = 3x + 6$, de unde rezultă că $3a = 3x + 3$, deci $a > x$, prin urmare $\overline{abc} > \overline{xyz}$. **24.** a) Suma cifrelor lui N este $S = 45 + a_k$, $1 \leq k \leq 10$, deci valoarea minimă este $S = 46$, deci $S_1 = S_2 = 23$ şi analizând obţinem $N = 9876541312$; b) Valoarea maximă este $S = 54$, deci $S_1 = S_2 = 27$ şi analizând obţinem $N = 1234569798$. **25.** Observăm că $a > b$, $a > c$ şi $a > d$, prin urmare $c + b + a > d$, $b + a + d > c$ şi $a + d + c > b$, deci condiţia este îndeplinită dacă $d + c + b < a$. În condiţiile problemei, cel mai mic număr se obţine pentru $d + c + b = 6$ şi $a = 7$, şi analizând obţinem numărul 7231, iar cel mai mare număr se obţine pentru $d + c + b = 8$ şi $a = 9$, acesta fiind 9521.

Ce notă merit? Test de evaluare stadială

1. a) 9856 < 10431; b) 27102 > 27093; c) 751125 < 751130. **2.** 11481, 82112. **3.** $x = 3$ şi $y = 3$ sau $x = 4$ şi $y = 2$ sau $x = 5$ şi $y = 1$ sau $x = 6$ şi $y = 0$.

Lecţia 4. Aproximarea numerelor naturale. Rotunjiri

1. a) 6170, 6180; b) 6100, 6200; c) 6000, 7000. **2.** a) 320, 330; b) 560, 570; c) 710, 720; d) 2480, 2490; e) 3560, 3570; f) 7290, 7300. **3.** a) 5100, 5200; b) 4500, 4600; c) 8600, 8700; d) 33400, 33500; e) 89300, 89400; f) 62900, 63000. **4.** a) 14000, 15000; b) 42000, 43000; c) 74000, 75000; d) 512000, 513000; e) 967000, 968000; f) 305000, 306000. **6.** a) 680 lei, 690 lei, 640 lei; b) 700 lei, 700 lei, 600 lei. **7.** a) 620; b) 740; c) 550; d) 800; e) 9120; f) 4360; g) 8470; h) 7050. **8.** a) 1400; b) 5200; c) 7600; d) 42900; e) 83500; f) 97000. **9.** a) 15000; b) 42000; c) 64000; d) 724000; e) 571000; f) 861000. **11.** 29000 km = 29000 km = 29000 km. **12.** a) 820000 m; b) 570000 m; c) 470000 m; d) 790000 m. **13.** a) 720000, 730000; b) 810000, 820000; c) 540000, 550000; d) 680000, 690000. **14.** a) 8100000 kg; b) 5900000 kg; c) 2800000 kg; d) 7400000 kg. **15.** a) 3800000, 3900000; b) 5200000, 5300000; c) 6400000, 6500000; d) 9100000, 9200000. **16.** 0, 1, 2, 3, 4. **17.** $5 \le x \le 9$. **18.** 7484. **19.** 635524. **20.** a) B. $x \le 4$; b) A. $a > 4$. **21.** 5009, 5119, 5229, 5339, 5449. **22.** Deducem că $b \ge 5$ şi $b = a + 1$, deci numerele sunt: 345, 356, 367, 378, 389. **23.** Din ipoteză rezultă că $x = y - 1$ şi $y \ge 5$, prin urmare numerele sunt: 145454, 156565, 167676, 178787, 189898. **24.** Din ipoteză rezultă că $a = d = 9$, $b = c - 1$ şi $c = 5$, prin urmare $b = 4$ şi, deci, $\overline{abcd} = 9459$. **25.** Notăm cu S suma rotunjirilor la sute pentru cele două numere. Dacă $\overline{7aba}$ şi $\overline{7bab}$ se rotunjesc la sute prin lipsă, atunci $S < 15000$, iar dacă se rotunjesc prin adaos, atunci $S > 15000$ şi de aici deducem că unul dintre numere se rotunjeşte prin lipsă şi celălalt prin adaos, prin urmare $a = 4$ şi $b = 5$ sau $a = 5$ şi $b = 4$, deci $\overline{7aba} + \overline{7bab} = 14999$ şi rotunjind suma la zeci obţinem 15000.

Ce notă merit? Test de evaluare stadială

1. a) 7280, 7290; b) 7200, 7300; c) 7000, 8000. **2.** a) 67550; b) 67500; c) 68000. **3.** 39595, 39696, 39797, 39898.

Teste de evaluare sumativă

Testul 1. 5. 800, 811, 822, 833, 844. **6.** $a > b$ sau $a = b$ şi $a \le 8$. **Testul 2. 5.** 71080, 71286. **6.** 412, respectiv 971. **Testul 3. 5.** $n = 5$. **6.** $a \ge 6$.

Fişă pentru portofoliul elevului

I. 1. A. **2.** F. **3.** F. **II. 1.** 593. **2.** 2 cm. **3.** 1352. **III. 1.** B. **2.** B. **3.** D. **IV.** Observăm că $a + b$ este număr impar, deci $a = 5$; verificând rezultă că $b = 4$, deci $\overline{ab} = 54$. **V.** a) $1 + 2 + 3 + ... + 9 = 0 + 1 + 2 + ... + 9 = 45$, deci $m = 123456789$; cifra 2 face parte din clasa milioanelor şi este de ordinul zecilor; b) Cele două cifre sunt 8 şi 9, deci $n = 123456798 > m$.

Lecţia 5. Adunarea numerelor naturale. Proprietăţile adunării

1. a) 64; b) 87; c) 90; d) 90; e) 72; f) 91; g) 91; h) 93. **2.** 47 ani. **3.** a) 586; b) 531; c) 416; d) 872; e) 1040; f) 1140; g) 1065; h) 1007. **4.** 615 km. **5.** a) 8445; b) 6203; c) 6480; d) 6091; e) 13703; f) 50215; g) 32802; h) 68914. **6.** 1667 lei. **7.** a) 2422; b) 3605; c) 5294; d) 4534; e) 12127; f) 9980; g) 9442; h) 507294. **8.** 6204 locuitori. **9.** a) 13991; b) 24002. **10.** 10793 sticle cu apă plată. **11.** a) 113459; b) 99222; c) 85100; d) 87535. **12.** a) 161560; b) 497914; c) 284401; d) 517098. **13.** 21378. **14.** a) 10890; b) 11451; c) 85058; d) 112031. **15.** 53000. **16.** 145600. **17.** a) 76, 77; b) 203, 204; c) 261, 262; d) 307, 308. **18.** a) 113, 114, 115; b) 151, 152, 153; c) 268, 269, 270; d) 254, 255, 256. **19.** 608 elevi. **20.** $S = 172835$ şi rotunjind la zeci de mii obţinem numărul 170000. **21.** a) 12403; b) 15225; c) 21321; d) 52975. **22.** a) $a = 0$, $b = 9$; b) $a = 7$, $b = 1$. **23.** $S = 17 + 27 + 37 + ... + 997 = 10(1 + 2 + 3 + ... + 99) + 99 \cdot 7 = (10 \cdot 99 \cdot 100) : 2 + 693 = 49500 + 693 = 50193$. **24.** Observăm că $d = a$ sau $d = a + 1$. Cazul $d = a$ nu este posibil, prin urmare $d = a + 1$, deci $2d = \overline{1a}$, de unde rezultă că $d = 9$ şi $a = 8$. Analizând, obţinem $b = 9$ şi $c = 9$, prin urmare $\overline{abcd} = 8999$. **25.** Observăm că $I = 0$, $T = 9$, $C = 1$, deci $O + E = 11$ de unde rezultă că $E = 5$ şi $O = 6$, deci $D = 4$ şi $R = 7$; $N = 2$; 460 + 9750 = 10210.

Ce notă merit? Test de evaluare stadială

1. a) 899; b) 1161; c) 1034. **2.** a) 6579; b) 37206. **3.** $a = 4538$; 13000.

Lecţia 6. Scăderea numerelor naturale

1. a) 22; b) 31; c) 32; d) 71; e) 26; f) 18; g) 28; h) 35. **2.** 38 km. **3.** a) 77; b) 129; c) 358; d) 244; e) 29; f) 381; g) 349; h) 429. **4.** 856 lei. **6.** 1150 lei. **7.** a) 2187; b) 2284; c) 4187; d) 858; e) 5488; f) 6369; g) 8435; h) 7403. **8.** 2899 elevi. **9.** a) 53328; b) 64608. **10.** 64639 t. **11.** 2057. **12.** 1963. **13.** a) 110957; b) 328896; c) 395470; d) 407742. **14.** 293 persoane. **15.** 1269. **16.** i) a) 1539; b) 2146; ii) a) 10319; b) 30257. **17.** a) $x = 4694$; b) $y = 5851$. **18.** a) 4124; b) 4231; c) 6214; d) 5503. **19.** a) 4403; b) 82986; c) 58470; d) 105100. **20.** 92500. **21.** a) $a = 6$, $b = 7$; b) $a = 7$, $b = 6$. **22.** a) 2680; b) 29810. **23.** $d = (101 + 103 + 105 + ... + 999) - (10 + 12 + 14 + ... + 98) = [450 \cdot 100 + (1 + 3 + 5 + ... + 899)] - [45 \cdot 10 + (2 + 4 + 6 + ... + 88)] = (45000 + 450 \cdot 450) - (450 + 44 \cdot 45) = 245070$. **24.** Făcând proba scăderii observăm că $2U = I$ şi $2U = D$, deci $D = I + 1$, D este cifra impară şi $D \geq 5$. Dacă $D = 5$, rezultă că $I = 4$, $U = 2$, $N = 8$ şi $O = 6$; dacă $D = 7$ nu obţinem soluţie; dacă $D = 9$, rezultă $I = 8$, $U = 4$, $N = 6$ şi $O = 2$; $564 - 282 = 282$, $928 - 464 = 464$. **25.** Dacă $a = 2$ şi $b = 2$, atunci $c = 6$ sau $c = 7$. Cazul $c = 6$ nu este posibil, iar în cazul $c = 7$ obţinem $d = 1$. Dacă $a = 2$ şi $b = 3$ problema este imposibilă, prin urmare $\overline{abcd} = 2271$.

Ce notă merit? Test de evaluare stadială

1. a) 232; b) 255; c) 316. **2.** a) 2178; b) 21087. **3.** $x - y = 77063$; 77100.

Lecţia 7. Înmulţirea numerelor naturale. Proprietăţile înmulţirii

1. a) 114; b) 216; c) 245; d) 147; e) 282; f) 504; g) 680; h) 585. **2.** 116 elevi. **3.** a) 616; b) 888; c) 598; d) 464; e) 770; f) 1005; g) 1411; h) 1350. **4.** 8 creioane. **5.** a) 290; b) 350; c) 670; d) 490; e) 3250; f) 2730; g) 7860; h) 5040. **6.** 2695 puieţi. **7.** a) 14300; b) 25400; c) 67700; d) 30500; e) 6251000; f) 3276000; g) 4671000; h) 2003000. **8.** 12500 g. **9.** a) 48070000; b) 90130000; c) 38800000; d) 904100000; e) 883000000; f) 1275000000. **10.** 340000 lei. **11.** a) 13462; b) 39325; c) 53144; d) 18252. **12.** 9112 lei. **13.** 7000 lei = 7000 lei. **14.** a) 104192; b) 306878. c) 125356. **15.** 1967. **16.** a) 7800; b) 9700; c)19800; d) 62000; e) 11600; f) 271600. **17.** 6300000. **18.** 1860 uluci. **19.** a) 620; b) 670; c) 370; d) 3200; e) 4700; f) 8200. **20.** a) 3296; b) 5508; c) 1073; d) 3337; e) 33735; f) 42408. **21.** a) 203010; b) 504030. **22.** a) 510000; b) 870000. **23.** p are ultimele zece cifre zerouri pentru $45 \leq n \leq 49$, deci $s = 1 + 2 + 3 + ... + 49 = 1225$. **24.** Egalitatea $4 \cdot \overline{ababab} = 7 \cdot \overline{bababa}$ se scrie $4\overline{ab} \cdot 10101 = 7\overline{ba} \cdot 10101$, deci $4\overline{ab} = 7\overline{ba}$, de unde rezultă $a = 2b$. Dacă $b = 1$, atunci $a = 2$; dacă $b = 2$, atunci $a = 4$; dacă $b = 3$, atunci $a = 6$; dacă $b = 4$, atunci $a = 8$. Aşadar, $\overline{ab}$ poate fi 21, 42, 63, 84. **25.** $\overline{ab} = a(b - 4) + b(a + 4)$ se mai scrie $10a + b = ab - 4a + ba + 4b$, de unde rezultă că $a = (3b) : (14 - 2b)$ şi analizând se obţin soluţiile $\overline{ab} = 24$ şi $\overline{ab} = 96$.

Ce notă merit? Test de evaluare stadială

1. a) 720; b) 30900; c) 702. **2.** a) 1980; b) 42230. **3.** 200000.

Lecţia 8. Factor comun

1. a) 23; b) 49; c) 405. **2.** a) A; b) A; c) A; d) A. **3.** a) $8(15 + 19) = 272$; b) $5(54 - 17) = 185$; c) $4(52 + 21) = 292$; d) $7(45 + 34) = 553$; e) $8(62 - 45) = 136$; f) $6(75 - 28) = 282$. **4.** 620 lei. **5.** a) $35(349 + 251) = 21000$; b) $42(504 - 104) = 16800$; c) $55(636 - 436) = 11000$; d) $64(395 + 505) = 57600$; e) $47(108 + 292) = 18800$; f) $75(809 - 509) = 22500$. **6.** 90000 lei. **7.** a) $63(52 + 1) = 3339$; b) $57(1 + 85) = 4902$; c) $45(80 + 1) = 3645$; d) $27(108 - 1) = 2889$; e) $35(207 - 1) = 7210$; f) $57(176 - 1) = 9975$. **8.** 15000 lei. **9.** a) $54(432 + 751 - 183) = 54000$; b) $38(643 - 255 + 612) = 38000$; c) $47(529 + 616 - 145) = 47000$; d) $63(192 + 908 - 100) = 63000$. **10.** 32500 lei. **11.** a) $1756(96 + 105 - 1) = 351200$; b) $2038(75 + 226 - 1) = 611400$; c) $3637(453 - 1 - 52) = 1454800$; d) $6017(584 - 83 - 1) = 3008500$. **12.** a) $3x + 2(y + z) = 151$; b) $5x + 3(y + z) = 238$; c) $8x + 5(y + z) = 389$; d) $4(y + z) - 5x = 49$; e) $7(z + y) - 9x = 80$; f) $9(y + z) - 7x = 208$. **13.** a) $x(y - z) = 290$; b) $2x(y - z) = 580$; c) $5x(y - z) = 1450$; d) $3x(y - z) = 870$; e) $7x(y - z) = 2030$; f) $10x(y - z) = 2900$. **14.** a) $n + p = 21$; b) $n + p = 53$; c) $n + p = 28$; d) $n + p = 45$. **15.** a) $4(x + y + z)$; b) $3(x + y - 3z)$; c) $4(2x - y - z)$; d) $5(x - 2y + 5z)$; e) $7(x + 3y - 8z)$; f) $9(4x - y + 7z)$.

16. a) 1028000; b) 1203000; c) 681000; d) 348600. **17.** $a + b + c = a \cdot b$ se scrie $3(a + 2) = a(a + 2)$, deci $a = 3$, $b = 5$, $c = 7$. **18.** a) $2m + 4n + 6p = 2m + 2p + 4n + 4p = 2(m + p) + 4(n + p) = 1410$; b) Analog obţinem 2115. **19.** a) $xz + xt + yz + yt = x(z + t) + y(z + t) = (z + t)(x + y) = 5100$; b) Analog obţinem 4095. **20.** a) $S_1 = 250500$; b) $S_2 = 676368$; c) $S_3 = 25250$; d) $S_4 = 35350$.

Ce notă merit? Test de evaluare stadială

1. a) 2900; b) 1960; c) 368000. **2.** a) 3400; b) 42500. **3.** $m = 98$.

Lecţia 9. Împărţirea cu rest zero a numerelor naturale

1. a) 17; b) 21; c) 13; d) 16; e) 11; f) 15; g) 12; h) 13. **2.** 14 lei. **3.** a) 163; b) 82; c) 153; d) 106; e) 34; f) 54; g) 89; h) 94. **4.** 162 parcări. **5.** a) 32; b) 55; c) 54; d) 64; e) 49; f) 58; g) 48; h) 45. **6.** 18 lei. **7.** a) 45; b) 51; c) 72; d) 706; e) 840; f) 900. **8.** 21 pagini. **9.** a) 54; b) 68; c) 90; d) 690; e) 208; f) 600. **10.** 365 bancnote. **11.** a) 51; b) 47; c) 80; d) 720; e) 900; f) 640. **12.** a) 32; b) 56; c) 75. **13.** a) 576; b) 432; c) 384. **14.** a) 3075; b) 5250; c) 22620; d) 96285. **15.** a) 49; b) 11; c) 88; d) 45. **16.** 2021. **17.** 100 lei. **18.** 30. **19.** 803. **20.** a) $x = 24$; b) $x = 36$; c) $x = 45$. **21.** 150 plăci. **22.** a) 151; b) 249. **23.** $a + b = 75 \cdot c + 75 \cdot d = 75(c + d) = 75 \cdot 391 = 29325$; $29325 : 51 = 575$ rest 0. **24.** $a \cdot b \cdot c = 10000$, deci $a \cdot a = 100 \cdot 100$, prin urmare $a = 100$; a, b şi c pot fi: 100, 100, 1 sau 100, 50, 2 sau 100, 25, 4 sau 100, 20, 5 sau 100, 10, 10 sau 100, 5, 20 sau 100, 4, 25 sau 100, 2, 50 sau 100, 1, 100. **25.** Făcând proba împărţirii rezultă că $10a + b = a \cdot a + a \cdot b + a$ sau $a(9 - a) = b(a - 1)$, deci $b = [a(9 - a)] : (a - 1)$; $\overline{ab}$ poate fi 39, 55, 90.

Ce notă merit? Test de evaluare stadială

1. a) 56; b) 38; c) 57. **2.** a) 35; b) 163. **3.** 225 lei.

Lecţia 10. Împărţirea cu rest a numerelor naturale. Teorema împărţirii cu rest

1. a) $c = 15$, $r = 1$; b) $c = 14$, $r = 3$; c) $c = 13$, $r = 2$; d) $c = 13$, $r = 4$; e) $c = 25$, $r = 1$; f) $c = 12$, $r = 3$; g) $c = 10$, $r = 7$; h) $c = 12$, $r = 4$. **2.** 2 puieţi. **3.** a) $c = 154$, $r = 1$; b) $c = 126$, $r = 3$; c) $c = 123$, $r = 2$; d) $c = 117$, $r = 3$; e) $c = 39$, $r = 3$; f) $c = 32$, $r = 5$; g) $c = 43$, $r = 3$; h) $c = 54$, $r = 3$. **4.** 14 copii. **6.** 11 platouri, 6 prăjituri. **7.** a) $565 = 22 \cdot 25 + 15$; b) $604 = 23 \cdot 26 + 6$; c) $795 = 24 \cdot 33 + 3$; d) $812 = 25 \cdot 32 + 12$; e) $885 = 27 \cdot 32 + 21$; f) $942 = 26 \cdot 36 + 6$; g) $987 = 35 \cdot 28 + 7$; h) $917 = 36 \cdot 25 + 17$. **8.** 16 zile, 10 pagini. **9.** a) $5841 = 46 \cdot 126 + 45$; b) $8183 = 52 \cdot 157 + 19$; c) $6827 = 61 \cdot 111 + 56$; d) $5207 = 37 \cdot 140 + 27$; e) $33146 = 54 \cdot 613 + 44$; f) $24506 = 65 \cdot 377 + 1$; g) $54204 = 83 \cdot 653 + 5$; h) $68009 = 72 \cdot 944 + 41$. **10.** 14 cutii, 25 pachete. **11.** a) 0, 1, 2; b) 0, 1, 2, 3, 4; c) 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6. **12.** 1937. **13.** 376, 377, 378, 379. **14.** 7, 14, 21, 28, 35. **15.** a) $n = 45$; b) $n = 37$. **16.** 860. **17.** 5145. **18.** 45, 90, 135, 180. **19.** 72, 144, 216, 288, 360, 432, 504, 576, 648. **20.** a) $n = 8(9c + 7) + 5$, deci $r = 5$; b) $n = 12(6c + 5) + 1$, deci $r = 1$; c) $n = 18(4c + 3) + 7$, deci $r = 7$; d) $n = 24(3c + 2) + 13$, deci $r = 13$. **21.** a) $n = 5$; b) $n = 7$; c) $n = 15$; d) $n = 23$. **22.** Dacă sunt 13 numere, suma resturilor este $1 + 2 + 3 + ... + 12 = 78$; $85 - 78 = 7$, prin urmare sunt 14 numere sau 15 numere. Dacă sunt 14 numere, atunci primul şi ultimul dau restul 7 la împărţirea cu 13, deci suma lor împărţită la 13 dă restul 1, iar dacă sunt 15 numere, atunci primul şi ultimul dau resturile 3, respectiv 4 la împărţirea cu 13, deci suma lor împărţită la 13 dă restul 7. **23.** $120 = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5$ sau $120 = 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5$ sau $120 = 4 \cdot 5 \cdot 6$ şi, deoarece numai $2 + 3 + 4 + 5$ se împarte la 7 cu restul 0, rezultă că sunt 4 numere: $7k + 2$, $7k + 3$, $7k + 4$ şi $7k + 5$. Numerele căutate sunt 93, 94, 95, 96. **24.** $\overline{abc} = \overline{ab} \cdot \overline{ac} + c$, sau $10\overline{ab} - \overline{ab} \cdot \overline{ac} = 0$, deci $\overline{ab}(10 - \overline{ac}) = 0$, de unde rezultă că $a = 1$ şi $c = 0$. Pentru $0 \leq b \leq 9$, obţinem numerele: 100, 110, 120, 130, 140, 150, 160, 170, 180 şi 190. **25.** Deoarece $r < 11$ şi $q = r : 3$ rezultă că resturile sunt 9, 6 şi 3; $m = 11 \cdot 3 + 9$, $p = 11 \cdot 2 + 6$ şi $n = 11 \cdot 1 + 3$; 84 pomi.

Ce notă merit? Test de evaluare stadială

1. a) $q = 9$, $r = 7$; b) $q = 3$, $r = 8$; c) $q = 25$, $r = 4$. **2.** a) $q = 301$, $r = 9$; b) $q = 906$, $r = 9$. **3.** 54 elevi.

Teste de evaluare sumativă

Testul 1. 5. 400000. **6.** 34, 68. **Testul 2. 5.** 670, 671, 672. **6.** 400. **Testul 3. 5.** $m = 54$. **6.** 102, 103, 104.

Fişă pentru portofoliul elevului

I. 1. A. **2.** A. **3.** A. **II. 1.** 439. **2.** 21. **3.** 900. **III. 1.** C. **2.** B. **3.** D. **IV.** Dacă notăm cu n numărul termenilor sumei, rezultă că $n = 2k + 1$, unde k este număr natural. Dacă $n = 3$, numerele sunt 73, 75 şi 77; dacă $n = 5$, numerele sunt 41, 43, 45, 47, 49; dacă $n = 7$, problema nu are soluţie; dacă $n \geq 9$, în cazul în care problema are soluţie, numerele obţinute nu sunt toate de două cifre. În concluzie, problema are soluţie în cazurile $n = 3$ şi $n = 5$. **V.** a) $r < 11$; $0 + 1 + 2 + ... + 10 = 55$; $55 - 49 = 6$ şi $6 = 0 + 1 + 2 + 3$, deci dacă lipsesc resturile 0, 1, 2 şi 3 se obţin şapte numere consecutive; b) Dacă notăm cu q câtul împărţirilor, atunci pentru $q = 8$ se obţin numerele 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98.

Lecţia 11. Ridicarea la putere cu exponent natural a unui număr natural

1. a) Şapte la puterea optsprezece; b) Trei la puterea douăzeci şi cinci. **2.** a) 13 şi 9; b) 6 şi 37; c) 7 şi 61; d) 19 şi 8. **3.** a) 2^5; b) 3^4; c) 7^6. **4.** a) 1, 2, 4, 8, 16; b) 1, 3, 9, 27, 81; c) 1, 4, 16, 64, 256; d) 1, 5, 25, 125, 625. **5.** a) 1; b) 1; c) 1; d) 1. **6.** a) 360; b) 490; c) 160; d) 250; e) 2700; f) 6400; g) 8100; h) 3200. **7.** a) 4; b) 5; c) 6; d) 3; e) 2; f) 3. **8.** a) 5^2; b) 6^2; c) 7^2; d) 3^3; e) 2^5; f) 2^4 sau 4^2; g) 3^4 sau 9^2; h) 2^6 sau 4^3 sau 8^2. **9.** a) 1; b) 10; c) 100; d) 1000; e) 10000; f) 100000. **10.** a) 99; b) 1001; c) 9990; d) 100010; e) 900; f) 11000; g) 99900; h) 101000. **11.** a) 8; b) 72; c) 63; d) 124; e) 48; f) 100; g) 216; h) 96. **12.** a) 7; b) 33; c) 4; d) 15; e) 262; f) 3; g) 207; h) 118. **13.** a) 41; b) 6; c) 20; d) 75; e) 11; f) 64. **14.** a) 676; b) 134; c) 83; d) 123; e) 36; f) 288. **15.** a) $25 + 144 = 169$; b) $81 + 144 = 225$; c) $49 + 576 = 625$; d) $144 + 256 = 400$; e) $225 + 400 = 625$; f) $100 + 576 = 676$. **16.** a) 5; b) 5; c) 6; d) 6. **17.** a) 4; b) 1; c) 2; d) 9; e) 8; f) 1; g) 3; h) 6. **18.** $1 \leq \overline{a + b^2} \leq 90$, deci $c^3 \leq 90$, prin urmare c poate fi: 1, 2, 3 sau 4. După verificări, rezultă că numărul $\overline{abc}$ poate fi: 101, 253, 712, 422, 802. **19.** Deoarece $x^2 \leq 81$, rezultă că $y \leq 4$, $z \leq 3$, $t \leq 2$ şi verificând obţinem numerele 3210 şi 6321. **20.** Deoarece suma $\overline{abcd} + \overline{bcd} + \overline{cd} + d$ este un număr de patru sau cinci cifre, rezultă că $e = 3$ sau $e = 4$. În cazul $e = 3$ nu se obţin soluţii, iar în cazul $e = 4$, analizând, obţinem $d = 5$, $c = 6$, $b = 4$ şi $a = 9$ sau $d = 5$, $c = 6$, $b = 9$ şi $a = 8$; 94654, 89654.

Ce notă merit? Test de evaluare stadială

1. a) 27; b) 81; c) 243. **2.** a) 36; b) 360; c) 497. **3.** Observăm că $u(7^1) = 7$, $u(7^2) = 9$, $u(7^3) = 3$, $u(7^4) = 1$ şi $u(5^5) = 7$, deci ultima cifră a numărului 7^n se repetă din 4 în 4, prin urmare $u(7^{38}) = u(7^{9 \cdot 4 + 2}) = u(7^2) = 9$.

Lecţia 12. Pătrate perfecte

1. C. 61^2. **2.** a) A; b) A. **3.** 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81. **4.** a) $4 < 6 < 9$; b) $9 < 14 < 16$; c) $16 < 20 < 25$; d) $25 < 35 < 36$; e) $36 < 41 < 49$; f) $49 < 54 < 64$; g) $64 < 75 < 81$; h) $64 < 79 < 81$. **5.** a) 49; b) 36, 81. **6.** a) A; b) A; c) A; d) A; e) A; f) A; g) A; h) A. **7.** a) $1 + 3 = 2^2$; b) $1 + 3 + 5 = 3^2$; c) $1 + 3 + 5 + 7 = 4^2$; d) $1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 5^2$; e) $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 = 6^2$; f) $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 = 7^2$; g) $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 = 8^2$; h) $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 = 9^2$. **8.** a) A; b) A; c) F; d) F; e) A; f) A; g) A; h) F; i) F; j) A. **9.** a) Numărul 1002 nu este pătrat perfect pentru că ultima cifră este 2. **10.** $49 = 2^2 + 3^2 + 6^2$. **11.** a) $400 = 20^2$, $441 = 21^2$, $484 = 22^2$; b) $900 = 30^2$, $961 = 31^2$. **12.** $10000 = 100^2$, deci sunt 100 de pătrate perfecte mai mici decât 10000. **13.** a) $n = 2000^2$; b) $n = 2004^2$; c) $n = 2000^2$; d) $n = 1020^2$. **14.** a) $u(6^n + 1)$ este 2 sau 7; b) $u(5^n + 2)$ este 3 sau 7; c) $u(6^n + 7)$ este 8 sau 3; d) $u(5^n + 7)$ este 8 sau 2. **15.** $n^2 < n(n + 1) < (n + 1)^2$. **16.** a) $u(5n - 2) = 8$ sau 3; b) $u(5n - 3) = 7$ sau 2; c) $u(5n - 7) = 3$ sau 8; d) $u(5n - 8) = 2$ sau 7. **17.** a) 1001^2; b) 1011^2. **18.** Ultima cifră a numerelor 2^n, 3^n şi 7^n se repetă din patru în patru. Pentru $n = 4k + 1$ sau $n = 4k + 2$, $k \in \mathbb{N}$, $u(2^n + 3^n + 7^n) = 2$, iar pentru $n = 4k + 3$ sau $n = 4k$, $k \in \mathbb{N}$, $u(2^n + 3^n + 7^n) = 8$, deci a nu este pătrat perfect. **19.** $1 + 3 + 5 + ... + (2n + 1) = 2(1 + 2 + 3 + ... + n) + n + 1 = n(n + 1) + n + 1 = (n + 1)(n + 1) = (n + 1)^2$. **20.** $p = (16 \cdot 9 \cdot 5)^2 \cdot 7$, deci m se obţine prin înlocuirea cifrei 7 cu $4 = 2^2$, deci $m = (32 \cdot 9 \cdot 5)^2$, iar n se obţine prin înlocuirea cifrei 7 cu $9 = 3^2$, deci $n = (16 \cdot 27 \cdot 5)^2$; $4 < 7 < 9$, prin urmare $m < p < n$.

Ce notă merit? Test de evaluare stadială

1. a) 25, 36; b) 64. **2.** a) $n = 2017^2$; b) $n = 2019^2$. **3.** a) $u(5^n - 2) = 3$; b) $u(6^n - 4) = 2$.

Lecţia 13. Reguli de calcul cu puteri

1. a) A; b) A; c) A. **2.** a) 3^{21}; b) 5^{30}; c) 7^{33}; d) 2^{40}; e) 6^{42}; f) 4^{41}. **3.** a) 2^{24}; b) 3^{28}; c) 2^{48}; d) 3^{54}; e) 6^{50}; f) 5^{42}. **4.** a) 2^{23}; b) 3^{41}; c) 13^{60}; d) 17^{53}; e) 11^{43}; f) 19^{41}. **5.** a) 2^{18}; b) 3^{27}; c) 5^{30}; d) 6^{21}; e) 7^{28}; f) 9^{29}. **6.** a) 2^{22}; b) 3^{38}; c) 3^{58}; d) 2^{23}; e) 6^{29}; f) 5^{24}. **7.** a) 11^{40}; b) 13^{60}; c) 17^{90}; d) 19^{48}; e) 23^{70}; f) 31^{72}. **8.** a) 5^{90}; b) 7^{30}; c) 15^{48}; d) 19^{24}; e) 11^{40}; f) 13^{30}. **9.** a) 2^{8}; b) 3^{13}; c) 5^{12}; d) 7^{21}; e) 6^{16}; f) 4^{20}. **10.** a) 3^{26}; b) 5^{30}; c) 2^{45}; d) 5^{40}; e) 7^{66}; f) 6^{45}. **11.** a) 5^{7}; b) 3^{19}; c) 2^{16}; d) 7^{8}; e) 2^{10}; f) 6^{11}. **12.** a) 7^{19}; b) 2^{12}; c) 5^{24}; d) 3^{24}; e) 7^{40}; f) 2^{44}. **13.** a) $5^{54} = (5^{27})^2$; b) $7^{58} = (7^{29})^2$; c) $4^{53} = (2^{53})^2$; d) $9^{29} = (3^{29})^2$; e) $17^{26} = (17^{13})^2$; f) $25^{31} = (5^{31})^2$; g) $13^{34} = (13^{17})^2$; h) $49^{27} = (7^{27})^2$. **14.** a) $3^{69} = (3^{23})^3$; b) $4^{51} = (4^{17})^3$; c) $8^{61} = (2^{61})^3$; d) $5^{21} = (5^{7})^3$; e) $19^{33} = (19^{11})^3$; f) $17^{42} = (17^{14})^3$; g) $27^{28} = (3^{28})^3$; h) $64^{23} = (4^{23})^3$. **15.** a) 2^{30}; b) 3^{44}; c) 2^{30}; d) 3^{33}. **16.** a) $2^{20} \cdot 5^{4}$; b) $3^{22} \cdot 5^{40}$; c) $3^{100} \cdot 7^{70}$; d) $2^{24} \cdot 7^{60}$. **17.** a) $(2^9 \cdot 3)^2$; b) $(3^{12} \cdot 2)^2$; c) $(5^{18} \cdot 2)^2$; d) $(2^9 \cdot 3)^2$; e) $(3^{13} \cdot 5)^2$; f) $(2^{10} \cdot 9)^2$. **18.** a) $13^{21} = 13 \cdot 13^{20} = (2^2 + 3^2) \cdot (13^{10})^2 = (2 \cdot 13^{10})^2 + (3 \cdot 13^{10})^2$; b) $29^{25} = (2 \cdot 29^{12})^2 + (5 \cdot 29^{12})^2$; c) $53^{31} = (2 \cdot 53^{15})^2 + (7 \cdot 53^{15})^2$; d) $61^{53} = (5 \cdot 61^{26})^2 + (6 \cdot 61^{26})^2$. **19.** a) $n = (41^{11})^2 + (2 \cdot 41^{11})^2 + (6 \cdot 41^{11})^2$; b) $n = (59^{18})^2 + (3 \cdot 59^{18})^2 + (7 \cdot 59^{18})^2$; c) $n = (2 \cdot 65^{20})^2 + (5 \cdot 65^{20})^2 + (6 \cdot 65^{20})^2$; d) $n = (3 \cdot 83^{27})^2 + (5 \cdot 83^{27})^2 + (7 \cdot 83^{27})^2$. **20.** a) $28^{25} = 28 \cdot 28^{24} = (1^3 + 3^3) \cdot (28^8)^3 = (1 \cdot 28^8)^3 + (3 \cdot 28^8)^3$; b) $35^{31} = 35 \cdot 35^{30} = (2^3 + 3^3) \cdot (35^{10})^3 = (2 \cdot 35^{10})^3 + (3 \cdot 35^{10})^3$; c) $65^{19} = 65 \cdot 65^{18} = (1^3 + 4^3) \cdot (65^6)^3 = (1 \cdot 65^6)^3 + (4 \cdot 65^6)^3$; d) $72^{16} = 72 \cdot 72^{15} = (2^3 + 4^3) \cdot (72^5)^3 = (2 \cdot 72^5)^3 + (4 \cdot 72^5)^3$. **21.** a) $n = 2^3 \cdot 10^7 = 80000000$, n are 8 cifre; b) $n = 5^2 \cdot 10^8$, n are 10 cifre; c) $n = 2^4 \cdot 10^9$, n are 11 cifre; d) $n = 5^3 \cdot 10^{11}$, n are 14 cifre. **22.** a) $2^{2n+2} \cdot 5^{2n} = 2^2 \cdot 10^{2n} = (2 \cdot 10^n)^2$; b) $2^{2n} \cdot 5^{2n+2} = 5^2 \cdot 10^{2n} = (5 \cdot 10^n)^2$; c) $2^{2n} \cdot 3^{2n+4} = 3^4 \cdot 6^{2n} = (3^2 \cdot 6^n)^2$; d) $3^{2n+6} \cdot 7^{2n} = 3^6 \cdot 21^{2n} = (3^3 \cdot 21^n)^2$. **23.** a) $n = 2^{54} - 2 = 2^{4\cdot 13+2} - 2$, deci u($n$) = 2; b) $n = 2^{63} - 1 = 2^{4\cdot 15+3} - 1$, deci u($n$) = 7. **24**. Dacă $n = 2k$, $k \geq 1$, atunci $10^n = 10^{2(k-1)+2} = 10^{2(k-1)} \cdot 100 = (6^2 + 8^2) \cdot (10^{k-1})^2 = (6 \cdot 10^{k-1})^2 + (8 \cdot 10^{k-1})^2$. Dacă $n = 2k + 1$, $k \geq 1$, atunci $10^n = 10^{2k+1} = 10^{2k} \cdot 10 = (1^2 + 3^2) \cdot (10^k)^2 = (10^k)^2 + (3 \cdot 10^k)^2$. **25.** Dacă înlocuim semnul „·” din faţa factorului 3^k, $k \leq 101$, cu semnul „:”, atunci $n = 3^{1+2+3+...+(k-1)-k+(k+1)+...+101} = 3^{1+2+3+...+101-2k} = 3^{5151-2k}$, de unde rezultă că n nu este pătrat perfect, deoarece exponentul $5151 - 2k$ este impar. Dacă folosim de mai multe ori semnul „:”, obţinem acelaşi rezultat.

Ce notă merit? Test de evaluare stadială

1. a) 32; b) 27; c) 49. **2.** $n^{2017} = 1$. **3.** Dacă se şterge factorul 7, atunci $p = (5 \cdot 9 \cdot 16)^2$.

Lecţia 14. Compararea puterilor

1. A. **2.** B. **3.** a) $2^{17} < 2^{19}$; b) $3^{27} > 3^{26}$; c) $5^{41} < 5^{42}$; d) $7^{33} > 7^{31}$; e) $11^{60} < 11^{62}$; f) $13^{53} > 13^{50}$; g) $17^{91} > 17^{89}$; h) $19^{27} < 19^{29}$. **4.** a) $2^{19} < 3^{19}$; b) $5^{20} > 4^{20}$; c) $5^{31} < 7^{31}$; d) $9^{31} > 7^{31}$; e) $10^{47} < 11^{47}$; f) $15^{61} > 13^{61}$; g) $23^{40} > 21^{40}$; h) $19^{31} > 17^{31}$. **5.** a) $2^{53} < 3 \cdot 2^{52}$; b) $3^{46} > 2 \cdot 3^{45}$; c) $5^{31} > 4 \cdot 5^{30}$; d) $7^{29} > 5 \cdot 7^{28}$; e) $5^{61} > 4 \cdot 5^{60}$; f) $6^{53} < 7 \cdot 6^{52}$; g) $8 \cdot 7^{23} > 7^{24}$; h) $3 \cdot 5^{59} < 5^{60}$. **6.** a) $4^{25} < 2^{51}$; b) $8^{20} > 2^{55}$; c) $3^{43} > 9^{21}$; d) $2^{60} = 16^{15}$; e) $3^{62} < 27^{21}$; f) $5^{70} = 25^{35}$; g) $64^{23} < 4^{70}$; h) $81^{10} > 3^{39}$. **7.** a) $2^{30} < 5^{15}$; b) $3^{24} > 7^{12}$; c) $2^{30} > 7^{10}$; d) $2^{51} < 9^{17}$; e) $23^{13} < 5^{26}$; f) $7^{34} > 47^{17}$; g) $2^{44} < 17^{11}$; h) $25^{14} < 3^{42}$. **8.** a) $10^{32} < 100^{17}$; b) $1000^9 > 10^{26}$; c) $100^8 < 1000^6$; d) $10^{21} > 10000^5$. **9.** a) $16^{10} > 8^{13}$; b) $9^{36} < 27^{25}$; c) $32^{10} > 4^{24}$; d) $81^{12} < 9^{25}$; e) $11^{31} > 121^{15}$; f) $125^7 > 25^{10}$; g) $32^{11} < 128^8$; h) $81^{10} < 27^{14}$. **10.** a) $3^{10} > 2^{15}$; b) $3^{21} > 5^{14}$; c) $5^{15} < 2^{35}$; d) $11^{14} < 5^{21}$; e) $2^{51} < 3^{34}$; f) $5^{20} < 3^{30}$; g) $2^{49} > 5^{21}$; h) $2^{63} > 11^{18}$. **11.** a) 5^{33}; b) 3^{25}; c) 2^{86}; d) $5 \cdot 81^{11}$. **12.** a) $7 \cdot 2^{33}$; b) $3 \cdot 2^{68}$; c) $3 \cdot 5^{34}$; d) 11^{27}. **13.** a) $2^{11} \cdot 5^{10} < 10^{11}$; b) $3^{14} \cdot 5^{15} < 15^{15}$; c) $2^{17} \cdot 7^{16} > 14^{16}$; d) $21^{25} > 3^{24} \cdot 7^{25}$; e) $4^{11} \cdot 5^{22} = 10^{22}$; f) $15^{23} < 9^{12} \cdot 5^{23}$; g) $8^9 \cdot 5^{28} > 10^{27}$; h) $7^{35} \cdot 8^{12} < 14^{36}$. **14.** a) $3^{73} > 2^{74}$; b) $2^{59} < 5^{58}$; c) $5^{39} > 2^{41}$; d) $2^{49} < 3^{47}$; e) $5^{34} > 3^{35}$; f) $2^{76} < 7^{73}$; g) $7^{31} > 3^{32}$; h) $2^{48} < 5^{43}$. **15.** a) 16^{15}, 4^{31}, 8^{21}; b) 9^{18}, 3^{37}, 27^{13}; c) 2^{48}, 32^{10}, 8^{17}; d) 3^{41}, 9^{21}, 81^{11}. **16.** a) 5^{30}, 3^{45}, 2^{75}; b) 7^{31}, 2^{93}, 3^{62}; c) 11^{22}, 5^{33}, 2^{77}; d) 2^{69}, 3^{46}, 11^{23}. **17.** a) $x > y$; b) $x > y$; c) $x < y$; d) $x > y$. **18.** $a > 2^{90} + 2^{90} = 2^{91} = 128^{13}$, iar $b = 125^{13}$, prin urmare $a > b$. **19.** Egalitatea $2^0 + 2^1 + 2^2 + ... + 2^{n+1} = 5^0 + 5^1 + 5^2 + ... + 5^{n-1}$ se mai scrie $2^{n+2} - 1 = \dfrac{5^n - 1}{4}$ sau $2^{n+4} = 5^n + 3$. Observăm că pentru $n < 3$, $2^{n+4} > 5^n + 3$; pentru $n = 3$, $2^{n+4} = 5^n + 3$, iar pentru $n > 3$, $2^{8+k} = 4^4 \cdot 2^k < 5^4 \cdot 5^k + 3 = 5^{4+k} + 3$, unde k este număr natural, deci egalitatea are loc pentru $n = 3$. **20.** a) $3^{40} = 9^{20} < 10^{20}$; $3^{40} = 81^{10} > 80^{10} = 10^{10} \cdot 8^{10} = 10^{10} \cdot (2^{10})^3 > 10^{10} \cdot 10^9 = 10^{19}$, deci $10^{19} < 3^{40} < 10^{20}$, prin urmare numărul 3^{40} are 20 de cifre; b) $2^{49} = 2^9 \cdot (2^{10})^4 > 10^2 \cdot 10^{12} = 10^{14}$; $2^{49} = 2^7 \cdot 64^7 < 2^7 \cdot 65^7 < 2^7 \cdot 5^7 \cdot 13^7 = 10^7 \cdot 13 \cdot (13^2)^3 < 10^7 \cdot 13 \cdot 10^3 \cdot 17^3 = 10^{10} \cdot 13 \cdot 17^3 < 10^{10} \cdot 10^5 = 10^{15}$, deci $10^{14} < 2^{49} < 10^{15}$, prin urmare numărul 2^{49} are 15 cifre.

Ce notă merit? Test de evaluare stadială

1. a) $25^{13} < 5^{27}$; b) $16^{11} > 8^{14}$; c) $2^{33} < 3^{22}$. **2.** 49^6, 16^9, 27^8. **3.** $a > b$.

Lecţia 15. Scrierea numerelor naturale în baza 10. Scrierea numerelor naturale în baza 2

1. a) A; b) F; c) A. **2.** a) A; b) A; c) A; d) F. **3.** a) $24 = 2 \cdot 10^1 + 4 \cdot 10^0$; b) $53 = 5 \cdot 10^1 + 3 \cdot 10^0$; c) $64 = 6 \cdot 10^1 + 4 \cdot 10^0$; d) $75 = 7 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0$; e) $92 = 9 \cdot 10^1 + 2 \cdot 10^0$; f) $\overline{ab} = a \cdot 10^1 + b \cdot 10^0$. **4.** a) 54; b) 37; c) 86; d) 48; e) 65; f) 95. **5.** a) $285 = 2 \cdot 10^2 + 8 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0$; b) $342 = 3 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10^1 + 2 \cdot 10^0$; c) $407 = 4 \cdot 10^2 + 0 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^0$; d) $563 = 5 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10^1 + 3 \cdot 10^0$; e) $801 = 8 \cdot 10^2 + 0 \cdot 10^1 + 1 \cdot 10^0$; f) $\overline{abc} = a \cdot 10^2 + b \cdot 10^1 + c \cdot 10^0$. **6.** a) 237; b) 458; c) 692; d) 356. **7.** a) $2249 = 2 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10^1 + 9 \cdot 10^0$; b) $3085 = 3 \cdot 10^3 + 0 \cdot 10^2 + 8 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0$; c) $81092 = 8 \cdot 10^4 + 1 \cdot 10^3 + 0 \cdot 10^2 + 9 \cdot 10^1 + 2 \cdot 10^0$; d) $60107 = 6 \cdot 10^4 + 0 \cdot 10^3 + 1 \cdot 10^2 + 0 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^0$; e) $5208 = 5 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^2 + 0 \cdot 10^1 + 8 \cdot 10^0$; f) $\overline{abcd} = a \cdot 10^3 + b \cdot 10^2 + c \cdot 10^1 + d \cdot 10^0$. **8.** a) $6 : 2 = 3$ rest 0; $3 : 2 = 1$ rest 1, deci $6_{(10)} = 110_{(2)}$; b) $7 : 2 = 3$ rest 1; $3 : 2 = 1$ rest 1, deci $7_{(10)} = 111_{(2)}$; c) $8 : 2 = 4$ rest 0; $4 : 2 = 2$ rest 0; $2 : 2 = 1$ rest 0, deci $8_{(10)} = 1000_{(2)}$; d) $9 : 2 = 4$ rest 1; $4 : 2 = 2$ rest 0; $2 : 2 = 1$ rest 0, deci $9_{(10)} = 1001_{(2)}$. **9.** a) A; b) F; c) A; d) A. **10.** a) $1100_{(2)}$; b) $1110_{(2)}$; c) $1111_{(2)}$; d) $10001_{(2)}$; e) $10011_{(2)}$. **11.** a) $10101_{(2)}$; b) $10111_{(2)}$; c) $11001_{(2)}$; d) $11010_{(2)}$; e) $11000_{(2)}$; f) $11011_{(2)}$; g) $11100_{(2)}$; h) $11101_{(2)}$. **12.** a) $23_{(10)}$; b) $27_{(10)}$; c) $28_{(10)}$; d) $29_{(10)}$. **13.** a) $10010000_{(2)}$; b) $1010001_{(2)}$; c) $11000100_{(2)}$; d) $1111001_{(2)}$. **14.** a) $1010_{(2)} = 10$, $10^3 = 1111101000_{(2)}$; b) $1101_{(2)} = 13$, $13^3 = 100010010101_{(2)}$; c) $1110_{(2)} = 14$, $14^3 = 101010111000_{(2)}$; d) $1111_{(2)} = 15$, $15^3 = 110100101111_{(2)}$. **15.** a) $x = 4$; b) $x = 3$; c) $x = 7$. **16.** a) $\overline{xy} = 49$; b) $\overline{xy} = 37$; c) $\overline{xy} = 23$. **17.** Folosind descompunerea în baza 10, obţinem $9a = 9b$, deci $a = b$, prin urmare $\overline{ab}$ poate fi: 11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99. **18.** Folosind descompunerea în baza 10, rezultă $a = (10b) : (8 – b)$, de unde, pentru $b = 3$, obţinem $a = 6$, deci $\overline{ab} = 63$. **19.** Folosind descompunerea în baza 10, rezultă $y = (8x) : (2x – 5)$, de unde, pentru $x = 5$, obţinem $y = 8$, deci $\overline{xy} = 58$. **20.** Folosind descompunerea în baza 10, obţinem $89a = b + 10c$, de unde rezultă că $a = 1$, $b = 9$ şi $c = 8$, deci $\overline{abc} = 198$. **21.** $\overline{ab} + \overline{ba} = 11(a + b)$, deci $a + b = 11$, prin urmare $\overline{ab}$ poate fi: 29, 38, 47, 56, 65, 74, 83, 92. **22.** $\overline{abcd} = 5 \cdot \overline{bcd}$, deci $a \cdot 1000 = 4 \cdot \overline{bcd}$, de unde, pentru $a = 1$ obţinem $\overline{bcd} = 250$, pentru $a = 2$, obţinem $\overline{bcd} = 500$ şi pentru $a = 3$, obţinem $\overline{bcd} = 750$; numerele sunt 1250, 2500 şi 3750. **23.** $\overline{abcdcd} = \overline{ab} \cdot 10^4 + \overline{cd} \cdot 10^2 + \overline{cd} = \overline{ab} \cdot 10^4 + \overline{ab} \cdot 4 \cdot 10^2 + \overline{ab} \cdot 4 = \overline{ab} \cdot 10404 = \overline{ab} \cdot 102^2$, deci $\overline{ab}$ este pătrat perfect şi deoarece $4\overline{ab} < 100$, rezultă $\overline{ab} = 16$, prin urmare $\overline{abcdcd} = (4 \cdot 102)^2 = 408^2 = 166464$. **24.** $a_{(10)} = 2^{n-1} + 2^{n-2} + 2^{n-3} + ... + 2^0 = 2^n – 1$, deci $2^n – 1 = 1023$ sau $2^n = 2^{10}$, aşadar $n = 10$. **25.** Folosind descompunerea în baza 10 obţinem: $8a – 10c = b$, de unde rezultă că $\overline{abc}$ poate fi: 261, 342, 423, 684, 765, 846, 927.

Ce notă merit? Test de evaluare stadială

1. a) $68 = 6 \cdot 10^1 + 8$; b) $405 = 4 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^0$; c) $2191 = 2 \cdot 10^3 + 1 \cdot 10^2 + 9 \cdot 10^1 + 1 \cdot 10^0$. **2.** a) $11111_{(2)}$; b) $29_{(10)}$. **3.** Se foloseşte descompunerea în baza 10.

Teste de evaluare sumativă

Testul 1. 5. $\overline{xy} = 29$. **6.** 11^{10}, 5^{15}, 2^{35}. **Testul 2. 5.** 4^{29}, 8^{19}, 16^{14}. **6.** $3^{71} = (3^{70} – 1) + 3^{70} + (3^{70} + 1)$. **Testul 3. 5.** $x > y$. **6.** $5^{101} = (5^{50})^2 + (2 \cdot 5^{50})^2$.

Fişă pentru portofoliul elevului

I. 1. A. **2.** A. **3.** A. **II. 1.** $10011_{(2)}$. **2.** $22_{(10)}$. **3.** 25. **III. 1.** A. **2.** C. **3.** B. **IV.** Din $\overline{ab} - \overline{ba} = ab + 3$, rezultă că $a = (9b + 3) : (9 - b)$, de unde, pentru $b = 2$ obţinem $a = 3$, iar pentru $b = 3$ obţinem $a = 5$, deci $\overline{ab} = 32$ sau $\overline{ab} = 53$. **V.** a) $n = 3^0 + 3^1 + 3^2 + 3^3 + 3^4(1 + 3 + 3^2 + ... + 3^{97})$, deci $r = 40$; b) $n = (3^0 + 3^1 + 3^2) + 3^3(3^0 + 3^1 + 3^2) + 3^6(3^0 + 3^1 + 3^2) + ... + 3^{99}(3^0 + 3^1 + 3^2) = 13(1 + 3^3 + 3^6 + ... + 3^{99})$, deci $r = 0$.

Lecţia 16. Ordinea efectuării operaţiilor şi folosirea parantezelor

1. a) 862; b) 243; c) 106; d) 6849; e) 1407; f) 1904. **2.** a) 8570; b) 230; c) 9300. **3.** a) 2044; b) 1525; c) 4830. **4.** a) 40; b) 54; c) 24. **5.** a) 395; b) 247; c) 321. **6.** a) 2120; b) 1360; c) 600; d) 18300. **7.** a) 12810; b) 7660; c) 264600; d) 111000. **8.** a) 39; b) 3; c) 6; d) 4. **9.** a) 50; b) 428; c) 3706; d) 120. **10.** a) 10; b) 5; c) 4; d) 40; e) 25; f) 20. **11.** a) 65; b) 100; c) 155; d) 260; e) 36; f) 33. **12.** a) 480; b) 3910; c) 4900; d) 900. **13.** a) 204; b) 300. **14.** a) 17; b) 10; c) 49; d) 4. **15.** a) 15; b) 1; c) 8; d) 2. **16.** a) 22005; b) 597. **17.** a) 15; b) 5; c) 3; d) 11. **18.** a) 5; b) 6; c) 5; d) 27. **19.** a) 7; b) 16; c) 3; d) 3. **20.** a) 2800; b) 124000; c) 2; d) 3. **21.** $n = 7^3 + 7^3 \cdot 3^3 = 7^3 \cdot 28 = 7^4 \cdot 4 = (2 \cdot 7^2)^2$. **22.** $a = 2^6 = 64_{(10)} = 1000000_{(2)}$. **23.** $n = 2^{14} + 2^{14} = 2^{15} = (2^5)^3$. **24.** $a = 2^{1001} : (2^{1001} - 1 + 1) = 1$; $a^{2019} = 1$. **25.** $n = 2 \cdot (3^{20} - 1) : 2 = 3^{20} - 1$; $n = 9^{10} - 1 < 10^{10}$; $n = 81^5 - 1 > 80^5 = 10^5 \cdot 8^5 = 10^5 \cdot 2^{15} > 10^5 \cdot 10^4 = 10^9$, prin urmare $10^9 < n < 10^{10}$, deci n are 10 cifre.

Ce notă merit? Test de evaluare stadială

1. a) 330; b) 3; c) 10. **2.** $25 = 5^2$. **3.** $n^{2017} = 1$.

Lecţia 17. Metode aritmetice de rezolvare a problemelor de matematică

1. 35 km. **2.** 144 pagini. **3.** 175 kg. **4.** 1575 g. **5.** 112 kg. **6.** 1750 lei. **7.** 5800 lei. **8.** 1 leu, 2 lei. **9.** 1 leu. **10.** 25 lei. **11.** 72 lei. **12.** 99 lei. **13.** 141 lei. **14.** 300 g, 125 g. **15.** 2 lei, 8 lei. **16.** 45 dm, 79 dm. **17.** 81 caiete, 324 caiete. **18.** 224 ℓ, 476 ℓ. **19.** 23 lei, 52 lei. **20.** 40 km, 60 km. **21.** 125, 375, 400. **22.** 12 ani. **23.** 25 elevi. **24.** 9 t. **25.** 528 km. **26.** 20 probleme. **27.** 13 fete. **28.** 142 lei. **29.** 4, respectiv 3. **30.** 10 platouri, 3 platouri. **31.** 7, respectiv 8. **32.** 11, respectiv 12. **33.** 20, respectiv 10. **34.** 2 zile, 5 zile. **35.** 7, respectiv 4.

Ce notă merit? Test de evaluare stadială

1. 65 lei. **2.** 279 kg, 93 kg. **3.** 12, respectiv 4.

Teste de evaluare sumativă

Testul 1. 5. 15 lei. **6.** 25. **Testul 2. 5.** 540 km. **6.** $n = 7 = 111_{(2)}$. **Testul 3. 5.** 7 bancnote, 6 bancnote. **6.** $n = 1$; $n^{2019} = 1$.

Fişă pentru portofoliul elevului

I. 1. A. **2.** A. **3.** A. **II. 1.** 3. **2.** 4 m. **3.** 4. **III. 1.** D. **2.** A. **3.** A. **IV.** 201 adulţi şi 120 copii. **V.** a) $n = 8 = 2^3$; b) $n^{10} = 2^{30}$; $2^{30} = 8^{10} < 10^{10}$; $2^{30} = 1024^3 > 1000^3 = 10^9$, deci $10^9 < n^{10} < 10^{10}$, prin urmare n^{10} are zece cifre.

Model de test pentru Evaluarea Naţională

1. B. Cireş. **2.** C. 3 ori. **3.** D. 21. **4.** 15 lei. **5.** 14 lei. **6.** 4 lei. **7.** 51 trandafiri albi. **8.** 34 trandafiri roşii. **9.** 102 trandafiri.

Capitolul II. Divizibilitatea numerelor naturale

Lecţia 18. Divizor. Multiplu

1. a) divizor; b) multiplu. **2.** a) multiplu; b) divizor. **3.** a) 4 şi 24; b) 5 şi 75; c) 9 şi 54; d) 7 şi 63; e) 19 şi 57; f) 13 şi 65; g) 15 şi 90; h) 16 şi 80. **4.** a) A; b) F; c) F; d) A. **5.** a) A; b) F; c) F; d) A. **6.** a) A; b) A; c) F; d) A; e) A; f) A; g) F; h) A. **8.** a) 1, 2, 5, 10; b) 1, 2, 7, 14; c) 1, 3, 5, 15; d) 1, 3, 7, 21; e) 1, 5, 7, 35; f) 1, 3, 5, 9, 15, 45. **9.** a) 1, 61; b) 1, 124; c) 1, 518; d) 1, 85. **10.** a) 2, 3, 4, 6; b) 2, 4, 8; c) 2, 3, 6, 9; d) Nu are; e) 2, 4, 7, 14; f) 2, 3, 5, 6, 10, 15. **11.** a) 1, 2, 4, 5, 10, 20; b) 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24; c) 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36; d) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60; e) 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36, 72; f) 1, 2, 4, 5, 8, 10, 16, 20, 40, 80. **13.** a) 0, 9, 18, 27; b) 0, 8, 16, 24; c) 0, 7, 14, 28; d) 0, 6, 12, 18, 24, 30; e) 0, 5, 10, 15, 20, 25, 30; f) 0, 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28. **14.** a) 20, 40, 60, 80; b) 25, 50, 75; c) 30, 60, 90; d) 27, 54, 81; e) 18, 36, 54, 72, 90; f) 16, 32, 48, 64, 80, 96. **15.** a) 0, 10, 20, 30, 40, 50, 60; b) 0, 11, 22, 33, 44, 55, 66; c) 0, 12, 24, 36, 48, 60, 72; d) 0, 13, 26, 39, 52, 65, 78; e) 0, 14, 28, 42, 56, 70, 84; f) 0, 15, 30, 45, 60, 75, 90. **16.** a) $5^{47} : 25^{15} = 5^{47} : 5^{30} = 5^{17}$, deci $5^{47} \vdots 25^{15}$; b) analog; c) analog; d) analog. **17.** a) 51; b) 62; c) 60; d) 44. **18.** a) $n + n + 1 + n + 2 = 3n + 3 = 3(n + 1)$, deci $3 \mid (n + n + 1 + n + 2)$; b) $n + n + 1 + n + 2 + n + 3 + n + 4 = 5(n + 2)$, deci $5 \mid (n + n + 1 + n + 2 + n + 3 + n + 4)$. **19.** a) $2^{31} + 2^{33} = 5 \cdot 2^{31} \vdots 5$; b) $3^{23} - 3^{21} = 8 \cdot 3^{21} \vdots 8$; c) $2^{50} - 2^{47} = 7 \cdot 2^{47} \vdots 7$; d) $7^{45} + 7^{43} = 50 \cdot 7^{43} \vdots 5$. **20.** a) $\overline{xx} + \overline{yy} + \overline{zz} = 11(x + y + z) \vdots 11$; b) $\overline{xy} + \overline{yz} + \overline{zx} = 11(x + y + z) \vdots 11$; c) $\overline{xz} + \overline{zy} + \overline{yx} = 11(x + y + z) \vdots 11$. **21.** a) $\overline{xxx} + \overline{yyy} + \overline{zzz} = 37(3x + 3y + 3z) \vdots 37$; b) $\overline{xyy} + \overline{yzz} + \overline{zxx} = 37(3x + 3y + 3z) \vdots 37$; c) $\overline{xyz} + \overline{yzx} + \overline{zxy} = 37(3x + 3y + 3z) \vdots 37$. **22.** a) $2^n \cdot 5^{n+1} - 2^{n+1} \cdot 5^n = 3 \cdot 10^n \vdots 3$; b) $2^n \cdot 3^{n+1} + 2^{n+2} \cdot 3^n = 7 \cdot 6^n \vdots 7$. **23.** $\overline{abcabc} = \overline{abc} \cdot 10^3 + \overline{abc} = \overline{abc} \cdot 1001 = \overline{abc} \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13$, deci $\overline{abc} = 3 \cdot 5 \cdot 9 = 135$ sau $\overline{abc} = 5 \cdot 9 \cdot 17 = 765$. **24.** $S = 2^0 + 2^1 + 2^2 + ... + 2^{123} = 2^{124} - 1$; $u(2^{124}) = 6$, deci $u(S) = 5$, prin urmare $S \vdots 5$. **25.** $a = 400(1 + 7^4 + 7^8 + ... + 7^{396})$ şi, deoarece $u(7^{4k}) = 1$, în paranteză fiind 100 de termeni, rezultă că acestă sumă are ultima cifră 0, deci ultimele trei cifre ale lui a sunt zerouri, prin urmare $a \vdots 10^3$.

Ce notă merit? Test de evaluare stadială

1. a) 1, 2, 3, 6, 9, 18; b) 0, 5, 10, 15, 20, 25. **2.** $1 + 2 + 3 + 4 + 6 + 9 + 12 + 18 + 36 = 91 = 7 \cdot 13 \vdots 7$. **3.** 5, respectiv $5^6 \cdot 7^7$.

Lecţia 19. Criterii de divizibilitate

1. a) A; b) A; c) A; d) F; e) A; f) A; g) F; h) A. **2.** 194, 2038, 73016, 530170. **3.** a) A; b) A; c) F; d) A; e) F; f) A; g) A; h) A. **4.** 135, 4830, 12345, 721110. **5.** a) A; b) F; c) F; d) A; e) A; f) A; g) F; h) A. **6.** 230, 5110, 72350, 123450. **7.** a) A; b) A; c) A; d) F; e) A; f) A; g) A; h) F. **8.** 402, 1122, 50013, 721524. **9.** a) A; b) A; c) A; d) F; e) F; f) F; g) A; h) A. **10.** 704, 5016, 12328, 123452. **11.** a) A; b) F; c) A; d) A; e) F; f) F; g) A; h) A. **12.** 207, 4455, 12537, 121878. **14.** a) A; b) F; c) A. **15.** a) 4710, 4715; b) 3980, 3985. **16.** Da, pentru că $9 \mid 2358$. **17.** Albastru, pentru că $3 \mid 2517$. **18.** Nu, pentru că $4 \mid 1308$. **19.** Da, pentru că $9 \mid 183042$. **20.** Da, pentru că $3 \mid 111$. **21.** Dacă $2 \mid a$ şi $5 \mid a$, rezultă că $u(a) = 0$, deci $10 \mid a$. **22.** a) 2, 5, 8; b) 1, 4, 7; c) 0, 3, 6, 9; d) 2, 5, 8; e) 1, 4, 7; f) 0, 3, 6, 9. **23.** a) 0, 4, 8; b) 2, 6; c) 2, 6; d) 1, 3, 5, 7, 9; e) 2, 4, 6, 8; f) 1, 3, 5, 7, 9. **24.** a) 432; b) 765; c) 801, 891; d) 3042; e) 4014, 4914; f) 8703, 8793. **25.** a) Dacă $n = 0$, $6^n + 14 = 15 \vdots 5$, iar dacă $n > 0$, $u(6^n + 14) = 0$, deci $5 \mid 6^n + 14$; b), c) Analog. **26.** a) Pentru $n = 0$ şi $n = 1$ este evident că $4 \mid 5^n - 1$. Pentru $n > 1$, observăm că ultimele două cifre ale numărului $5^n - 1$ sunt 2, respectiv 4, prin urmare $4 \mid 5^n - 1$; b), c) Analog. **27.** Demonstrăm problema pentru un număr de 3 cifre $\overline{abc}$, $a \neq 0$; $\overline{abc} : 3 = 33a + 3b + (a + b + c) : 3$, deci concluzia este adevărată. **28.** a) $u(7^{112} - 4^{102}) = 5$, deci $(7^{112} - 4^{102}) \vdots 5$; b), c) Analog. **29.** $\overline{abc} = 5 \cdot a \cdot b \cdot c$, deci a, b, c sunt cifre impare şi $5 \mid \overline{abc}$, de unde rezultă că $c = 5$, prin urmare $\overline{ab5} = 25 \cdot a \cdot b$, deci $b = 7$ şi obţinem $a = 1$; $\overline{abc} = 175$. **30.** a) $2^{n+5} \cdot 5^n + 1 = 32\underbrace{0...01}_{n \text{ cifre}}$ şi deoarece suma cifrelor se divide cu 3 rezultă că $3 \mid 2^{n+5} \cdot 5^n + 1$; b), c) Analog.

Ce notă merit? Test de evaluare stadială

1. a) 134; b) 205; c) 270. **2.** a) 7120, 7124, 7128; b) 7122, 7125, 7128. **3.** $a = 63\underbrace{9...9}_{n \text{ cifre}}$ şi deoarece suma cifrelor se divide cu 9, rezultă că $a \vdots 9$.

Teste de evaluare sumativă

Testul 1. 5. $3 \nmid 2+4+6+8$, deci numerele conţin cifra 0; 2046, 8640. **6.** $a = 15\underbrace{999...9}_{n \text{ cifre}}$ şi deoarece suma cifrelor se divide cu 3, rezultă că $a \vdots 3$. **Testul 2. 5.** 1872. **6.** $u(2^{103}) = 8$, $u(3^{101}) = 3$, $u(7^{102}) = 9$, deci $u(m) = 0$, prin urmare $m = 5n$. **Testul 3. 5.** $1 \cdot 101^1 \cdot 101^2 \cdot ... \cdot 101^{11} = 101^{66} = (101^{33})^2$. **6.** $a = 11 \cdot 2 \cdot 21^n$, deci $a \vdots 11$.

Fişă pentru portofoliul elevului

I. 1. A. **2.** A. **3.** F. **II. 1.** $x = 4$. **2.** 25. **3.** 8. **III. 1.** D. **2.** C. **3.** B. **IV.** Observăm că $u(7^n)$ şi $u(2^n)$ se repetă din patru în patru şi pentru $n = 4k$ sau $n = 4k + 1$ sau $n = 4k + 2$ sau $n = 4k + 3$, unde k este număr natural, $u(a) = 5$, deci $a \vdots 5$. **V.** a) Observăm că niciun număr natural de patru cifre, cu cifrele impare şi distincte, divizibil cu 9, nu conţine cifra 7, prin urmare numerele sunt formate cu cifrele 1, 3, 5 şi 9; 24 de numere; b) Observăm că $3 \nmid 2+4+6+8$, deci toate numerele de patru cifre, cu cifrele pare şi distincte, divizibile cu 3, conţin cifra 0. Cifrele pot fi 0, 2, 4 şi 6 sau 0, 4, 6 şi 8; 36 de numere.

Lecţia 20. Divizori comuni. Cel mai mare divizor comun a două sau mai multor numere naturale

1. divizor. **2.** divizor. **3.** a) 1, 2, 5, 10, respectiv 1, 3, 5, 15, deci divizorii comuni ai lui 10 şi 15 sunt 1 şi 5; b) 1, 2, 3, 4, 6, 12, respectiv 1, 2, 3, 6, 9, 18, deci divizorii comuni ai lui 12 şi 18 sunt 1, 2, 3, 6. **4.** a) 1, 2, 5, 10; 1, 3, 5, 15, respectiv 1, 2, 4, 5, 10, 20, deci divizorii comuni ai lui 10, 15 şi 20 sunt 1 şi 5; b) 1, 2, 3, 4, 6, 12; 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24, respectiv 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30, deci divizorii comuni ai lui 12, 24 şi 30 sunt 1, 2, 3 şi 6. **5**. A. 28 şi 35. **6.** B. 27, 45 şi 63. **7.** a) 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24, respectiv 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40, deci c.m.m.d.c. este 8; b) 1, 5, 7, 35, respectiv 1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42, deci c.m.m.d.c. este 7. **8.** D. 18. **9.** a) 15; b) 18; c) 12; d) 16. **10.** a) 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30; 1, 3, 5, 9, 15, 45, respectiv 1, 3, 5, 15, 25, 75, deci c.m.m.d.c. este 15; b) 1, 2, 4, 7, 14, 28; 1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42, respectiv 1, 2, 5, 7, 10, 14, 35, 70, deci c.m.m.d.c. este 14. **11.** B. 12. **12.** 8; 16; 18; 24. **13.** a) 9; b) 8; c) 12. **14.** 25 buchete. **15.** 16 echipe. **16.** 14 copii. **17.** 18 rânduri. **18.** 15 coşuleţe. **19.** 1650 lei. **20.** $\overline{abab} = 101 \cdot \overline{ab}$ şi $\overline{baba} = 101 \cdot \overline{ba}$, deci c.m.m.d.c. este 101.

Ce notă merit? Test de evaluare stadială

1. a) A; b) F; c) A. **2.** a) 8; b) 6; c) 12. **3.** 8 mese.

Lecţia 21. Multipli comuni. Cel mai mic multiplu comun a două sau mai multor numere naturale

1. multiplu. **2.** multiplu. **3.** a) 0, 2, 4, 6, 8, respectiv 0, 3, 6, 9, 12, deci multiplii comuni ai lui 2 şi 3 sunt 0 şi 6; b) 0, 3, 6, 9, 12, respectiv 0, 6, 12, 18, 24, deci multiplii comuni ai lui 3 şi 6 sunt 0, 6 şi 12. **4.** a) 0, 2, 4, 6, 8, 10, 12; 0, 3, 6, 9, 12, 15, 18, respectiv 0, 4, 8, 12, 16, 20, 24, deci multiplii comuni ai lui 2, 3 şi 4 sunt 0 şi 12; b) 0, 3, 6, 9, 12, 15, 18; 0, 4, 8, 12, 16, 20, 24, respectiv 0, 6, 12, 18, 24, 30, 36, deci multiplii comuni ai lui 3, 4, şi 6 sunt 0 şi 12. **5.** B. 4 şi 7. **6.** A. 4, 6 şi 9. **7.** a) 0, 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, respectiv 0, 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, deci c.m.m.m.c. diferit de 0 este 12; b) 0, 4, 8, 12, 16, 24, 28, 32, respectiv 0, 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, deci c.m.m.m.c. diferit de 0 este 12. **8.** a) 12; b) 18; c) 20; d) 30. **9.** B. 48. **10.** 42; 48; 72; 80. **11.** D. 42. **12.** a) 54; b) 72; c) 84. **13.** 48; 60; 72; 84. **14.** 100 ciocolate. **15.** 90 cărţi. **16.** 84 portocale. **17.** 80 trandafiri. **18.** 96 copii. **19.** 5 locuri. **20.** $\overline{abab} = 101 \cdot \overline{ab}$ şi $\overline{baba} = 101 \cdot \overline{ba}$, deci c.m.m.d.c. este $101 \cdot \overline{ab} \cdot \overline{ba}$.

Ce notă merit? Test de evaluare stadială

1. a) A; b) A; c) F. **2.** a) 20; b) 24; c) 40. **3.** 72 savarine.

Lecţia 22. Numere prime. Numere compuse

1. 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19. **2.** a) Da; b) Da; c) Da; d) Da; e) Nu; f) Da; g) Da; h) Nu; i) Da. **3.** a) Da; b) Da; c) Da; d) Nu; e) Da; f) Nu; g) Da; h) Nu; i) Da. **4.** 7 mere, 2 mere. **5.** a) $15 = 2 + 13$; b) $12 = 5 + 7$; c) $10 = 5 + 5 = 3 + 7$; d) $14 = 7 + 7 = 3 + 11$; e) $16 = 3 + 13 = 5 + 11$; f) $18 = 5 + 13 = 7 + 11$; g) $20 = 3 + 17 = 7 + 13$; h) $22 = 11 + 11 = 3 + 19 = 5 + 17$; i) $24 = 5 + 19 = 7 + 17 = 11 + 13$. **6.** a) $13 = 4 + 9$; b) $17 = 8 + 9$; c) $19 = 4 + 15 = 9 + 10$; d) $23 = 8 + 15 = 9 + 14$. **7.** a) 2 şi 23; b) 31 şi 2; c) 2 şi 47; d) 2 şi 53. **8.** a) 2 şi 19; b) 2 şi 37; c) 2 şi 43; d) 2 şi 29. **9.** a) $15 = 5 + 5 + 5 = 3 + 5 + 7 = 11 + 2 + 2$; b) $20 = 2 + 5 + 13 = 2 + 7 + 11$; c) $21 = 7 + 7 + 7 = 3 + 7 + 11 = 2 + 2 + 17 = 5 + 5 + 11 = 13 + 5 + 3$; d) $26 = 2 + 5 + 19 = 2 + 11 + 13 = 17 + 7 + 2$. **10.** a) $x \in \{1, 7\}$; b) $x \in \{3, 9\}$; c) $x \in \{1, 3, 9\}$; d) $x = 7$. **11.** a) $x = 3$; b) $x \in \{3, 9\}$; c) $x \in \varnothing$; d) $x \in \{1, 7\}$. **12.** 14, 16. **13.** Dacă $n = 1$, obţinem numerele prime 5, 5, 7, dacă $n = 2$, obţinem numerele compuse 8, 9, 12, iar dacă $n = 3$, obţinem numerele prime 11, 13, 17. **14.** $n + n + 1 + n + 2 = 3(n + 1)$, deci $n = 0$, prin urmare, cele trei numere sunt 0, 1, 2. **15.** a) 3^n este număr impar, deci $3^n + 7$ este număr par, aşadar este multiplu al lui 2; b) Analog; c) Analog; d) Analog. **16.** Numerele naturale de forma $3k$, $k \geq 1$, sunt divizibile cu 3 şi k, deci nu sunt prime. **17.** Dacă $p = 5$, atunci $p - 2 = 3$ şi $p + 2 = 7$. Pentru $p > 5$, avem $p = 3k + 1$, deci $p + 2 = 3(k + 1)$ este compus, sau $p = 3k + 2$, deci $p - 2 = 3k$ este compus; $p = 5$. **18.** $S = a + b + c + d + e + f$, deci $S > 2$ şi cum este şi prim, rezultă că S este număr impar, deci unul dintre termenii sumei este număr par, aşadar, $a = 2$, $b = 3$, $c = 5$, $d = 7$, $e = 11$, $f = 13$ şi $S = 41$. **19.** a) $x = 2$, $y = 3$; b) $x = 7$, $y = 2$; c) $x = 5$, $y = 2$. **20.** a) $x = 5$, $y = 3$; b) $x = 11$, $y = 7$; c) $x = 3$, $y = 13$. **21.** a) $2^{n+4} \cdot 5^n - 1 = \underbrace{1599...99}_{n+2 \text{ cifre}}$ şi, deoarece acest număr se divide cu 3 (suma cifrelor sale este multiplu de 3) rezultă că numărul este compus; b) Analog; c) Analog; d) Analog. **22.** $\overline{ab0ab} = \overline{ab} \cdot 1001 = \overline{ab} \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13$, deci $\overline{ab} = 3 \cdot 5 = 15$ sau $\overline{ab} = 5 \cdot 17 = 85$. **23.** $a = b \cdot c + 11$ şi, deoarece a este număr prim, rezultă că a este impar, deci $b \cdot c$ este număr par, prin urmare $b > 11$ şi $c = 2$, deci $a = 13 \cdot 2 + 11$ şi obţinem $a = 37$. **24.** $a = b \cdot c + r$ şi, deoarece a este număr prim, rezultă că a este impar, deci $b \cdot c$ este număr impar şi r este număr par sau $b \cdot c$ este număr par şi r este număr impar. În primul caz, $r = 2$, rezultă că $b = 3$ şi $c = 5$ sau $b = 5$ şi $c = 3$, prin urmare, $a = 17$. Dacă $b \cdot c$ este par, rezultă că $r = 3$, $b = 5$ şi $c = 2$, prin urmare, în acest caz, $a = 13$, număr care reprezintă soluţia problemei. **25.** a) Numărul natural n poate fi de forma $4k$, $4k + 1$, $4k + 2$, $4k + 3$, unde k este număr natural. Observăm că pentru $n = 4k$ sau $n = 4k + 2$, $u(2^{n+2} + 3^n) = 5$, iar pentru $n = 4k + 1$ sau $n = 4k + 3$, $u(2^n + 3^n) = 5$, prin urmare cele patru numere pot fi simultan prime numai în cazurile $2^{n+2} + 3^n = 5$ şi $2^n + 3^n = 5$. Din $2^{n+2} + 3^n = 5$, rezultă că $n = 0$ şi calculând obţinem numerele 2, 3, 5, 9, dar 9 nu este prim, deci $n = 0$ nu este soluţie. Din $2^n + 3^n = 5$, rezultă că $n = 1$ şi calculând obţinem numerele 5, 7, 11, 19, prin urmare soluţia problemei este $n = 1$; b) Analog se obţine $n = 1$, în acest caz numerele sunt 5, 11, 29, 83.

Ce notă merit? Test de evaluare stadială

1. a) 41, 43, 47; b) 51, 52, 54, 55, 56, 57, 58. **2.** 13, 17, 31, 37, 71, 73, 79, 97. **3.** a) $a = 5$, $b = 11$.

Teste de evaluare sumativă

Testul 1. 5. 15 săli de clasă. **6.** $a = 2$ şi $b = 5$. **Testul 2. 5.** 84 de timbre. **6.** $a = 3$ şi $b = 5$. **Testul 3. 5.** 16 grupe. **6.** $\overline{ab} = 30$.

Fişă pentru portofoliul elevului

I. 1. F. **2.** A. **3.** A. **II. 1.** 28. **2.** $x = 3$ sau $x = 9$. **3.** 61. **III. 1.** A. **2.** A. **3.** D. **IV.** $\overline{abcabc} = \overline{abc} \cdot 1001 = \overline{abc} \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13$, de unde rezultă că $\overline{abcabc} = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17$, deci $\overline{abc} = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 17 = 510$. **V.** a) $x = 5$ şi $y = 11$; b) $x = 2$ şi $y = 7$.

Model de test pentru Evaluarea Naţională

1. A. Vârful Ascuţit. **2.** B. 4. **3.** C. Pietricica. **4.** 11 kg, 6 kg, 4 kg. **5.** 8 kg, 5 kg, 4 kg. **6.** 3 kg, 7 kg, 7 kg sau 5 kg, 5 kg, 7 kg. **7.** 5 km, 7 km. **8.** 6 km. **9.** 9 km.

CAPITOLUL III. FRACȚII ORDINARE

Lecția 23. Fracții ordinare

1. a) 2 supra 3; b) 5 supra 6; c) 4 supra 9; d) 8 supra 7. **2.** a) 4, 7; b) 23, 11; c) 16, 51; d) 8, 3. **3.** a) $\frac{2}{4}$; b) $\frac{1}{4}$; c) $\frac{4}{4}$; d) $\frac{3}{4}$. **4.** a) A. $\frac{2}{6}$; b) B. $\frac{1}{6}$; c) B. $\frac{5}{6}$; d) A. $\frac{3}{6}$. **5.** a) A; b) F; c) A; d) A. **6.** a) $\frac{2}{9}$; b) $\frac{8}{5}$; c) $\frac{3}{37}$; d) $\frac{25}{4}$. **7.** a) $\frac{1}{3}$; b) $\frac{1}{2}$; c) $\frac{1}{4}$; d) $\frac{1}{5}$. **8.** a) $\frac{3}{10}$; b) $\frac{7}{10}$. **9.** a) $\frac{25}{48}$; b) $\frac{23}{48}$. **10.** $\frac{2}{3}$. **11.** $\frac{3}{4}$. **12.** a) $\frac{17}{60}$; b) $\frac{29}{60}$. **13.** a) $\frac{50}{71}$, $\frac{52}{71}$, $\frac{54}{71}$, $\frac{56}{71}$, $\frac{58}{71}$; b) $\frac{89}{61}$, $\frac{89}{63}$, $\frac{89}{65}$, $\frac{89}{67}$, $\frac{89}{69}$. **14.** a) $x = 8$; b) $x = 3$; c) $x = 3$; d) $x = 5$. **15.** a) $\frac{42}{44}$; b) $\frac{75}{77}$; c) $\frac{66}{68}$; d) $\frac{11}{13}$. **16.** a) $\frac{3}{15}$, $\frac{5}{15}$; b) $\frac{3}{81}$, $\frac{9}{81}$, $\frac{27}{81}$; c) $\frac{2}{28}$, $\frac{4}{28}$, $\frac{7}{28}$, $\frac{14}{28}$; d) $\frac{3}{45}$, $\frac{5}{45}$, $\frac{9}{45}$, $\frac{15}{45}$. **17.** a) $\frac{11}{11}$, $\frac{13}{31}$, $\frac{17}{71}$; b) $\frac{13}{31}$, $\frac{73}{37}$; c) $\frac{17}{71}$, $\frac{37}{73}$, $\frac{97}{79}$; d) $\frac{97}{79}$. **18.** a) $\frac{210}{580}$, $\frac{211}{582}$, $\frac{212}{584}$, $\frac{213}{586}$, $\frac{214}{588}$; b) $\frac{210}{580}$, $\frac{213}{581}$, $\frac{216}{582}$, $\frac{219}{583}$. **19.** 36 de fracții. **20.** Pentru $a = 5$ și $b = 2$, fracția $\frac{a-b}{a+2} = \frac{3}{7}$; pentru $a > 5$ și $b = 2$, unul dintre numerele $a - 2$ și $a + 2$ este compus, deoarece are forma $3k$; $\frac{a}{b} = \frac{5}{2}$.

Ce notă merit? Test de evaluare stadială

1. a) $\frac{2}{3}$; b) $\frac{1}{5}$; c) $\frac{5}{6}$. **2.** $\frac{7}{12}$. **3.** $\frac{27}{72}$, $\frac{57}{75}$, $\frac{77}{77}$, $\frac{87}{78}$.

Lecția 24. Fracții subunitare, echiunitare, supraunitare

1. a) A; b) A; c) F; d) A. **3.** C. $\overline{ab} = 13$. **4.** D. $\overline{ab} = 53$. **5.** A. $\overline{xy} = 62$. **6.** a) $\frac{19}{19}$, $\frac{2^4}{4^2}$, $\frac{125}{53}$; b) $\frac{1}{2}$, $\frac{4}{9}$, $\frac{12}{13}$; c) $\frac{7}{3}$, $\frac{71}{17}$; $\frac{53}{49}$. **7.** a) 30; b) 328; c) 206; d) 64. **8.** a) $\frac{4}{1}$, $\frac{4}{2}$, $\frac{4}{3}$; b) $\frac{6}{1}$, $\frac{6}{2}$, $\frac{6}{3}$, $\frac{6}{4}$, $\frac{6}{5}$. **9.** a) $\frac{0}{3}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$; b) $\frac{0}{5}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{4}{5}$. **10.** $\frac{3}{2}$, $\frac{5}{2}$, $\frac{7}{2}$, $\frac{5}{3}$, $\frac{7}{3}$, $\frac{7}{5}$. **11.** $\frac{4}{6}$, $\frac{4}{8}$, $\frac{4}{9}$, $\frac{6}{8}$, $\frac{6}{9}$, $\frac{8}{9}$. **12.** $\frac{16}{16}$, $\frac{25}{25}$, $\frac{36}{36}$, $\frac{49}{49}$, $\frac{64}{64}$, $\frac{81}{81}$. **13.** a) 8, 9; b) $x = 7$; c) 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6. **14.** a) 0, 1, 2, 3, 4; b) 5; c) 6, 7, 8, 9. **15.** a) 1, 2, 3, 4; b) 5, 6, 7, 8, 9. **16.** a) $x = 5$ și $y \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ sau $x \in \{6, 7, 8, 9\}$ și $y \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$; b) $x = 5$ și $y = 9$ sau $x \in \{1, 2, 3, 4\}$ și $y \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. **17.** a) $x \leq 2$ și $y = 6$ sau $x \leq 9$ și $y > 6$; b) $x = 3$ și $y = 6$; c) $x > 3$ și $y = 6$ sau $x \leq 9$ și $y < 6$. **18.** a) $n < 5$; b) $n < 4$; c) $n < 6$; d) $n < 8$. **19.** a) $n \leq 3$; b) $n \leq 2$; c) $n \leq 5$; d) $n \leq 3$. **20.** $\frac{13}{31}$, $\frac{17}{71}$, $\frac{37}{73}$, $\frac{79}{97}$. **21.** a) $2^{51} > 4^{25} = 2^{50}$; b) $3^{43} > 9^{21} = 3^{42}$; c) $5^{15} > 2^{30} = 4^{15}$; d) $3^{38} = 9^{19} > 8^{19} = 2^{57}$. **22.** a) $3^{62} < 27^{21} = 3^{63}$; b) $2^{59} < 16^{15} = 2^{60}$; c) $5^{34} = 25^{17} < 27^{17} = 3^{51}$; d) $5^{21} = 125^7 < 128^7 = 2^{49}$. **23.** a) $\frac{3^{31}}{2^{32}+2^{29}} = \frac{9 \cdot 3^{29}}{9 \cdot 2^{29}}$; b) $\frac{2^{20}}{3^{19}-3^{17}} = \frac{8 \cdot 2^{17}}{8 \cdot 3^{17}}$. **24.** $1 + 3 + 5 + ... + (2n + 1) - x = 2 + 4 + 6 + ... + 2n$ se scrie $(n + 1)^2 - x = n(n + 1)$, deci $x = (n + 1)^2 - n(n + 1)$, de unde obținem $x = n + 1$. **25.** $2^0 + 2^1 + 2^2 + \ldots + 2^n = 2^{n+1} - 1$, deci $2^{n+1} > 2^0 + 2^1 + 2^2 + \ldots + 2^n$.

Ce notă merit? Test de evaluare stadială

1. a) $\dfrac{7}{5}$; b) $\dfrac{3}{8}$; c) $\dfrac{4}{4}$. **2.** a) 5; b) 6, 7, 8, 9; c) 0, 1, 2, 3, 4. **3.** $\dfrac{2^{41}-2^{39}}{2^{40}+2^{39}} = \dfrac{3\cdot 2^{39}}{3\cdot 2^{39}}$.

Lecţia 25. Scoaterea întregilor din fracţie. Introducerea întregilor în fracţie

1. a) A; b) F; c) A; d) F. **2.** a) $1\dfrac{3}{5}$; b) $2\dfrac{1}{4}$; c) $2\dfrac{2}{3}$; d) $4\dfrac{1}{2}$. **3.** a) $4\dfrac{1}{7}$; b) $6\dfrac{2}{5}$; c) $4\dfrac{7}{9}$; d) $7\dfrac{1}{8}$. **4.** a) $6\dfrac{7}{10}$; b) $8\dfrac{3}{10}$; c) $7\dfrac{7}{10}$; d) $9\dfrac{1}{10}$. **5.** a) A; b) F; c) A; d) F. **6.** a) $\dfrac{7}{3}$; b) $\dfrac{7}{2}$; c) $\dfrac{7}{4}$; d) $\dfrac{17}{7}$; e) $\dfrac{44}{5}$; f) $\dfrac{53}{8}$; g) $\dfrac{55}{6}$; h) $\dfrac{70}{9}$. **7.** a) $\dfrac{129}{10}$; b) $\dfrac{147}{10}$; c) $\dfrac{213}{10}$; d) $\dfrac{351}{10}$. **8.** a) $7\dfrac{21}{100}$; b) $3\dfrac{47}{100}$; c) $5\dfrac{9}{100}$; d) $8\dfrac{13}{100}$. **9.** a) $\dfrac{1467}{100}$; b) $\dfrac{2951}{100}$; c) $\dfrac{4529}{100}$; d) $\dfrac{7883}{100}$. **10.** a) $10\dfrac{19}{20}$; b) $30\dfrac{13}{25}$; c) $30\dfrac{21}{30}$; d) $20\dfrac{27}{40}$. **11.** a) $\dfrac{139}{12}$; b) $\dfrac{225}{13}$; c) $\dfrac{308}{15}$; d) $\dfrac{493}{21}$. **12.** a) $12\dfrac{9}{14}$; b) $17\dfrac{4}{11}$; c) $20\dfrac{1}{12}$; d) $19\dfrac{9}{13}$. **13.** a) $n = 5$; b) $n = 3$; c) $n = 4$; d) $n = 2$. **14.** a) $m = 2$; b) $m = 1$; c) $m = 4$; d) $m = 7$. **15.** a) $n = 3$; b) $n = 1$; c) $n = 1$. **16.** $f = 1001\dfrac{\overline{yx}}{\overline{xy}}$. **17.** Numărul $\overline{ab}$ poate fi 31, 62, 93.

Ce notă merit? Test de evaluare stadială

1. a) $7\dfrac{9}{10}$; b) $8\dfrac{2}{5}$; c) $8\dfrac{5}{12}$. **2.** a) $\dfrac{31}{4}$; b) $\dfrac{59}{10}$; c) $\dfrac{63}{13}$. **3.** a) $x = 7$; b) $x = 8$.

Lecţia 26. Fracţii echivalente

1. a) Fracţiile $\dfrac{2}{9}$ şi $\dfrac{4}{18}$ sunt echivalente; b) Fracţiile $\dfrac{8}{7}$ şi $\dfrac{25}{21}$ nu sunt echivalente; c) şi d) Analog. **2.** a) $\dfrac{1}{2}, \dfrac{2}{4}$. Întregii sunt egali şi suprafeţele haşurate sunt egale, deci $\dfrac{1}{2} = \dfrac{2}{4}$; b) $\dfrac{2}{6}$, $\dfrac{1}{3}$. Întregii sunt egali şi suprafeţele haşurate sunt egale, deci $\dfrac{2}{6} = \dfrac{1}{3}$. **3.** a) $\dfrac{2}{4}, \dfrac{4}{8}$. Întregii sunt egali şi suprafeţele haşurate sunt egale, deci $\dfrac{2}{4} = \dfrac{4}{8}$; b) $\dfrac{3}{5}, \dfrac{6}{10}$. Întregii sunt egali şi suprafeţele haşurate sunt egale, deci $\dfrac{3}{5} = \dfrac{6}{10}$. **4.** a) A; b) A. **6.** a) A; b) A. **7.** a) A; b) A. **8.** a) A; b) A; c) F; d) A. **9.** a) $2 \cdot 40 = 5 \cdot 16$; b) $7 \cdot 20 = 4 \cdot 35$; c) $5 \cdot 72 = 8 \cdot 45$; d) $9 \cdot 56 = 8 \cdot 63$. **10.** a) $\dfrac{2}{3} = \dfrac{4}{6}$; b) $\dfrac{2}{4} = \dfrac{8}{16}$; c) $\dfrac{2}{3} = \dfrac{6}{9}$; d) $\dfrac{2}{4} = \dfrac{5}{10}$. **11.** a) $x = 12$; b) $x = 28$; c) $x = 6$; d) $x = 12$. **12.** a) $\dfrac{42}{49}$; b) $\dfrac{30}{35}$; c) $\dfrac{54}{63}$; d) $\dfrac{48}{56}$. **13.** a) $x = 12$; b) $x = 4$; c) $x = 16$; d) $x = 18$. **14.** a) $n = 9$; b) $n = 5$; c) $n = 6$; d) $n = 10$. **15.** a) $x = 4$; b) $x = 3$; c) $x = 32$; d) $x = 25$. **16.** a) $2^{31} \cdot 32^7 = 2^{66}$, $16^{10} \cdot 2^{26} = 2^{66}$; b) $9^{21} \cdot 81^5 = 3^{62}$, $3^{53} \cdot 27^3 = 3^{62}$; c) $16^{10} \cdot 8^5 = 2^{55}$, $2^{25} \cdot 64^5 = 2^{55}$; d) $3^{14} \cdot 9^{19} = 3^{52}$, $27^8 \cdot 81^7 = 3^{52}$. **17.** a) $n = 37$; b) $n = 13$; c) $n = 11$; d) $n = 11$. **18.** a) $x = 4$; b) $x = 2$; c) $x = 6$; d) $x = 5$. **19.** a) $\overline{ab} = 18$; b) $\overline{ab} = 27$; c) $\overline{ab} = 54$. **20.** a) $n = 9$; b) $n = 10$; c) $n = 3$.

Ce notă merit? Test de evaluare stadială

1. a) A; b) F; c) A. **2.** $\frac{9}{8}=\frac{54}{48}$. **3.** $n = 5$.

Teste de evaluare sumativă

Testul 1. 5. $\frac{5^{30}-5^{29}}{2^{60}}=\frac{4\cdot5^{29}}{4\cdot4^{29}}$. **6.** $n=3$. **Testul 2. 5.** 0, 1, 2, 3. **6.** $x=15$. **Testul 3. 5.** $n=3$. **6.** $x=8$.

Fişă pentru portofoliul elevului

I. 1. F. **2.** A. **3.** A. **II. 1.** $\frac{23}{5}$. **2.** 4. **3.** 15. **III. 1.** B. **2.** D. **3.** A. **IV.** $f=\frac{10^{n+2}}{10^n(125-25)}=\frac{10^{n+2}}{10^n\cdot100}=$ $=\frac{10^{n+2}}{10^{n+2}}$. **V.** a) $f=\frac{2^{53}\cdot9}{3^{36}\cdot4}=\frac{2^{51}}{3^{34}}=\frac{8^{17}}{9^{17}}$; b) $y=2x$; $\frac{1}{2},\frac{2}{4},\frac{3}{6},\frac{4}{8}$.

Lecţia 27. Amplificarea fracţiilor

1. a) Fracţia $\frac{5}{9}$ se amplifică cu 10; b), c), d) Analog. **2.** a) A; b) F; c) A. **3.** a) $\frac{6}{9}$; b) $\frac{8}{12}$; c) $\frac{14}{21}$. **4.** a) $\frac{42}{48}$; b) $\frac{56}{64}$; c) $\frac{63}{72}$. **5.** a) $\frac{20}{35}$; b) $\frac{25}{45}$; c) $\frac{40}{15}$. **6.** a) $\frac{110}{210}$; b) $\frac{230}{190}$; c) $\frac{250}{420}$. **7.** a) $n=3$; b) $n=5$; c) $n=7$; d) $n=8$. **8.** a) 3; b) 4; c) 6. **9.** a) 4; b) 5; c) 6. **10.** a) 5; b) 25; c) 15. **11.** $^{3)}\frac{17}{6}=\frac{51}{18}$, $^{2)}\frac{2}{9}=\frac{4}{18}$. **12.** $^{5)}\frac{4}{15}=\frac{20}{75}$, $^{2)}\frac{10}{3}=\frac{20}{6}$. **13.** $^{6)}\frac{5}{8}=\frac{30}{48}$, $^{4)}\frac{11}{12}=\frac{44}{48}$, $^{3)}\frac{13}{16}=\frac{39}{48}$. **14.** $^{5)}\frac{12}{11}=\frac{60}{55}$, $^{6)}\frac{10}{7}=\frac{60}{42}$, $^{4)}\frac{15}{4}=\frac{60}{16}$. **15.** $^{12)}\frac{7}{8}=\frac{84}{96}$, $^{24)}\frac{9}{4}=\frac{216}{96}$, $^{8)}\frac{11}{12}=\frac{88}{96}$, $^{4)}\frac{25}{24}=\frac{100}{96}$. **16.** $^{14)}\frac{6}{5}=\frac{84}{70}$, $^{12)}\frac{7}{8}=\frac{84}{96}$, $^{7)}\frac{12}{11}=\frac{84}{77}$, $^{3)}\frac{28}{25}=\frac{84}{75}$. **17.** $^{18)}\frac{3}{4}=\frac{54}{72}$, $^{12)}\frac{5}{6}=\frac{60}{72}$, $^{9)}\frac{3}{8}=\frac{27}{72}$, $^{6)}\frac{11}{12}=\frac{66}{72}$, $^{3)}\frac{19}{24}=\frac{57}{72}$. **18.** $^{30)}\frac{3}{5}=\frac{90}{150}$, $^{18)}\frac{5}{2}=\frac{90}{36}$, $^{15)}\frac{6}{5}=\frac{90}{75}$, $^{6)}\frac{15}{11}=\frac{90}{66}$, $^{5)}\frac{18}{25}=\frac{90}{125}$. **19.** $^{200)}\frac{1}{5\cdot10^n}=$ $=\frac{200}{10^{n+3}}$, $^{250)}\frac{3}{4\cdot10^n}=\frac{750}{10^{n+3}}$. **20.** $\frac{\overline{ababab}}{\overline{cdcdcd}}$.

Ce notă merit? Test de evaluare stadială

1. a) $\frac{170}{110}$; b) $\frac{210}{190}$; c) $\frac{230}{260}$. **2.** a) 5; b) 8. **3.** a) $^{3)}\frac{10}{18}=\frac{30}{54}$, $^{10)}\frac{3}{4}=\frac{30}{40}$, $^{2)}\frac{15}{12}=\frac{30}{24}$; b) $^{4)}\frac{10}{18}=$ $=\frac{40}{72}$, $^{18)}\frac{3}{4}=\frac{54}{72}$, $^{6)}\frac{15}{12}=\frac{90}{72}$.

Lecţia 28. Simplificarea fracţiilor

1. a) Fracţia $\frac{27}{15}$ se simplifică cu 3; b), c), d) Analog. **2.** a) F; b) A; c) A. **3.** a) $\frac{3}{4}$; b) $\frac{2}{5}$; c) $\frac{10}{9}$.

4. a) $\frac{2}{3}$; b) $\frac{6}{5}$; c) $\frac{7}{10}$. **5.** a) $\frac{3}{2}$; b) $\frac{4}{9}$; c) $\frac{7}{6}$. **6.** a) $\frac{4}{3}$; b) $\frac{8}{5}$; c) $\frac{7}{9}$. **7.** a) $\frac{8}{12}$; b) $\frac{12}{8}$; c) $\frac{7}{5}$. **8.** a) $n = 4$; b) $n = 5$; c) $n = 7$; d) $n = 8$. **9.** a) Da; b) Nu; c) Da; d) Da; e) Nu; f) Da; g) Nu; h) Da; i) Nu; j) Da; k) Da; l) Da. **10.** a) $\frac{5}{2}$; b) $\frac{2}{3}$; c) $\frac{4}{5}$; d) $\frac{5}{3}$; e) $\frac{3}{4}$; f) $\frac{8}{9}$; g) $\frac{3}{2}$; h) $\frac{5}{4}$; i) $\frac{3}{2}$; j) $\frac{4}{5}$; k) $\frac{5}{7}$; l) $\frac{7}{8}$. **11.** a) $\frac{7}{4}$; b) $\frac{4}{5}$; c) $\frac{7}{5}$; d) $\frac{4}{3}$; e) $\frac{8}{9}$; f) $\frac{7}{6}$; g) $\frac{4}{3}$; h) $\frac{5}{7}$; i) $\frac{3}{8}$; j) $\frac{6}{5}$; k) $\frac{5}{4}$; l) $\frac{10}{13}$. **12.** a) $\frac{1}{2}$; b) $\frac{1}{27}$; c) $\frac{1}{25}$; d) $\frac{1}{6}$; e) $\frac{1}{49}$; f) $\frac{1}{64}$; g) $\frac{1}{4}$; h) $\frac{1}{32}$; i) $\frac{1}{8}$; j) $\frac{1}{27}$; k) $\frac{1}{3}$; l) $\frac{1}{9}$. **13.** a) 0, 2, 5, 8; b) 1, 4, 6, 7; c) 0, 3, 5; d) 1, 4, 7. **14.** a) 3, 5, 7, 9; b) 2, 3, 6, 8, 9; c) 1, 2, 4, 7, 8; d) 3, 5, 7, 9. **15.** a) $\frac{4}{3}$; b) $\frac{4}{5}$; c) $\frac{10}{27}$; d) $\frac{7}{6}$. **16.** a) $\frac{1}{3}$; b) $\frac{6}{25}$; c) $\frac{1}{30}$; d) $\frac{6}{49}$. **17.** a) $\frac{1}{5}$; b) $\frac{1}{3}$; c) $\frac{7}{61}$; d) $\frac{5}{37}$. **18.** a) $\frac{5}{4}$; b) $\frac{1}{6}$; c) $\frac{1}{3}$; d) $\frac{3}{5}$. **19.** $f = \frac{37\cdot 75}{999\cdot 500 - 37\cdot 75} = \frac{37\cdot 75}{37\cdot 75(180-1)} = \frac{1}{179}$. **20.** a) $\frac{7\cdot 2^n}{14\cdot 5^n} = \frac{2^n}{2\cdot 5^n}$; b) $\frac{15\cdot 2^n}{40\cdot 3^n} = \frac{3\cdot 2^n}{8\cdot 3^n}$; c) $\frac{20\cdot 3^n}{24\cdot 5^n} = \frac{5\cdot 3^n}{6\cdot 5^n}$.

Ce notă merit? Test de evaluare stadială

1. a) $\frac{3}{2}$; b) $\frac{5}{6}$; c) $\frac{5}{4}$. **2.** $\frac{7}{8}$. **3.** 3, 5, 9.

Lecţia 29. Aducerea fracţiilor la acelaşi numitor comun

1. D. 6. **2.** B. 30. **3.** a) 2; b) 4; c) 5; d) 10. **4.** a) 3; b) 4; c) 6; d) 8. **5.** a) 4; b) 8; c) 6; d) 9. **6.** a) 12; b) 10; c) 15; d) 18. **7.** a) 32; b) 36; c) 28; d) 30. **8.** a) 24; b) 36; c) 40; d) 72. **9.** a) $\frac{3}{10}, \frac{8}{10}$; b) $\frac{9}{12}, \frac{5}{12}$; c) $\frac{2}{15}, \frac{40}{15}$; d) $\frac{21}{18}, \frac{5}{18}$. **10.** a) $\frac{18}{20}, \frac{15}{20}$; b) $\frac{15}{24}, \frac{14}{24}$; c) $\frac{4}{30}, \frac{25}{30}$; d) $\frac{16}{36}, \frac{21}{36}$. **11.** a) $\frac{45}{18}, \frac{3}{18}, \frac{7}{18}$; b) $\frac{7}{24}, \frac{30}{24}, \frac{9}{24}$; c) $\frac{25}{30}, \frac{1}{30}, \frac{8}{30}$; d) $\frac{28}{36}, \frac{6}{36}, \frac{5}{36}$. **12.** a) $\frac{8}{28}, \frac{35}{28}, \frac{6}{28}$; b) $\frac{25}{30}, \frac{18}{30}, \frac{3}{30}$; c) $\frac{8}{36}, \frac{10}{36}, \frac{63}{36}$; d) $\frac{35}{40}, \frac{32}{40}, \frac{12}{40}$. **13.** a) $\frac{12}{45}, \frac{27}{45}, \frac{40}{45}$; b) $\frac{35}{60}, \frac{18}{60}, \frac{16}{60}$; c) $\frac{56}{63}, \frac{12}{63}, \frac{45}{63}$; d) $\frac{15}{54}, \frac{63}{54}, \frac{8}{54}$. **14.** a) $\frac{16}{72}, \frac{15}{72}, \frac{28}{72}$; b) $\frac{12}{80}, \frac{64}{80}, \frac{45}{80}$; c) $\frac{20}{75}, \frac{30}{75}, \frac{21}{75}$; d) $\frac{15}{84}, \frac{18}{84}, \frac{49}{84}$. **15.** a) $\frac{40}{48}, \frac{18}{48}, \frac{33}{48}, \frac{50}{48}$; b) $\frac{32}{56}, \frac{35}{56}, \frac{44}{56}, \frac{50}{56}$; c) $\frac{36}{90}, \frac{15}{90}, \frac{66}{90}, \frac{65}{90}$; d) $\frac{75}{100}, \frac{40}{100}, \frac{55}{100}, \frac{68}{100}$. **16.** $\frac{375}{10^{n+2}}, \frac{14}{10^{n+2}}$. **17.** $84 = 3 \cdot 4 \cdot 7$, rezultă $3 \mid \overline{ab}$ şi $3 \mid \overline{ba}$, deci $\overline{ab} = 12$ şi $\overline{ba} = 21$; $\frac{1}{12}$ şi $\frac{2}{21}$.

Ce notă merit? Test de evaluare stadială

1. a) 18; b) 28; c) 36. **2.** a) $\frac{33}{36}$ şi $\frac{34}{36}$; b) $\frac{32}{40}, \frac{35}{40}, \frac{44}{40}$. **3.** $\frac{88}{96}, \frac{16}{96}, \frac{52}{96}, \frac{45}{96}$.

Lecția 30. Compararea fracțiilor ordinare

1. a) A; b) A; c) F; d) F; e) A; f) F; g) F; h) A. **2.** a) A; b) A; c) F; d) A; e) A; f) F; g) F; h) A. **5.** a) $\frac{3}{2} > \frac{7}{5}$; b) $\frac{7}{4} < \frac{11}{6}$; c) $\frac{9}{8} < \frac{7}{6}$; d) $\frac{11}{6} > \frac{14}{9}$; e) $\frac{19}{8} > \frac{21}{10}$; f) $\frac{26}{15} < \frac{11}{6}$. **6.** Ștefan. **7.** a) $\frac{2}{7} < \frac{8}{25}$; b) $\frac{3}{8} > \frac{8}{23}$; c) $\frac{10}{11} > \frac{6}{7}$; d) $\frac{6}{13} < \frac{15}{32}$; e) $\frac{12}{25} > \frac{9}{19}$; f) $\frac{9}{28} < \frac{15}{46}$. **8.** a) 0, 1, 2, 3; b) 1, 2, 3, 4; c) 0, 1, 2; d) 1, 2, 3. **9.** a) $\frac{11}{4}, \frac{10}{3}, \frac{7}{2}$; b) $\frac{13}{6}, \frac{8}{3}, \frac{11}{4}$; c) $\frac{19}{18}, \frac{7}{6}, \frac{11}{9}$; d) $\frac{5}{4}, \frac{13}{10}, \frac{29}{20}$; e) $\frac{11}{6}, \frac{15}{8}, \frac{23}{12}$; f) $\frac{46}{15}, \frac{19}{6}, \frac{17}{5}$. **10.** a) $\frac{4}{11}, \frac{2}{7}$; b) $\frac{6}{13}, \frac{4}{11}$; c) $\frac{2}{5}, \frac{3}{11}$; d) $\frac{6}{5}, \frac{30}{29}$; e) $\frac{32}{75}, \frac{4}{11}$; f) $\frac{18}{29}, \frac{12}{25}$. **11.** a) $\frac{2^{27}+2^{27}}{2^{27}+2^{28}} < \frac{2^{29}-2^{26}}{2^{26}+2^{29}}$; b) $\frac{3^{20}-3^{18}}{3^{17}+3^{20}} > \frac{3^{23}-3^{21}}{3^{21}+3^{23}}$. **12.** a) $\frac{24}{25} > \frac{23}{25}$; b) $\frac{65}{63} < \frac{65}{60} = \frac{13}{12}$; c) $\frac{37}{38} > \frac{36}{38} = \frac{18}{19}$; d) $\frac{87}{85} < \frac{87}{84} = \frac{29}{28}$. **13.** a) 0, 1; b) 0, 1, 2; c) 0, 1. **14.** a) 0, 1; b) 0, 1, 2, 3; c) 0, 1, 2, 3. **15.** a) $\frac{8^{17}}{7^{10}} < \frac{9^{17}}{7^{10}}$; b) $\frac{27^{19}}{2^{66}} > \frac{25^{19}}{2^{66}}$; c) $\frac{3^{21}}{128^{11}} < \frac{3^{21}}{125^{11}}$; d) $\frac{5^{14}}{121^{13}} > \frac{5^{14}}{128^{13}}$.

16. $\frac{10^{n+3}}{1875} < \frac{10^{n+3}}{370k} < \frac{10^{n+3}}{28}$, deci 28 < 370k < 1875, de unde k poate fi 1, 2, 3, 4, 5.

17. $\frac{2^{101}-1}{2(2^{101}-1)} < \frac{3n-2}{n+6} < \frac{2(2^{103}-1)}{2^{103}-1} \Rightarrow \frac{1}{2} < \frac{3n-2}{n+6} < 2 \Rightarrow 2 < n < 14$.

Ce notă merit? Test de evaluare stadială

2. a) $\frac{19}{6} > \frac{25}{8}$; b) $\frac{4}{11} < \frac{9}{22}$. **3.** a) $\frac{31}{27}, \frac{7}{6}, \frac{11}{9}, \frac{23}{18}$; b) $\frac{5}{11}, \frac{6}{13}, \frac{10}{21}, \frac{12}{25}$.

Lecția 31. Reprezentarea fracțiilor ordinare pe axa numerelor

5. a) F; b) A. **6.** a) A; b) F. **7.** a) A; b) A. **8.** A. **9.** a) 40 mm; b) 25 mm; c) 45 mm. **10.** Dacă notăm cu x lungimea unității de măsură, rezultă că $2 \cdot (x : 8) = 24$ mm, de unde rezultă că $x = 96$ mm, prin urmare $OC = 84$ mm.

Ce notă merit? Test de evaluare stadială

2. B. **3.** $u = 3$ cm.

Teste de evaluare sumativă

Testul 1. 5. $\frac{29}{12}, \frac{21}{8}, \frac{17}{6}$. **6.** $\frac{3}{2}$. **Testul 2. 5.** $\frac{15}{40}, \frac{16}{40}, \frac{52}{40}$. **6.** $\frac{7}{17}$. **Testul 3. 5.** $\frac{44}{56}, \frac{35}{56}, \frac{34}{56}$. **6.** 0, 1, 2, 3, 4.

Fișă pentru portofoliul elevului

I. 1. A. **2.** A. **3.** F. **II. 1.** $\frac{2}{5}$. **2.** 24. **3.** 7. **III. 1.** C. **2.** D. **3.** A. **IV.** $4 < n \leq 10$. **V.** a) $f = \frac{10^n \cdot 125 - 10^n \cdot 25}{10^n \cdot 160} = \frac{10^n \cdot 100}{10^n \cdot 160} = \frac{5}{8}$; $f = \frac{45}{72}$ și $\frac{23}{36} = \frac{46}{72}$, deci $f < \frac{23}{36}$; b) Dacă notăm cu u lungimea unității de măsură, avem: $(u : 8) \cdot 5 = 25$, de unde rezultă că $u = 40$ mm $= 4$ cm.

Lecţia 32. Adunarea fracţiilor ordinare. Proprietăţile adunării

1. a) $\frac{11}{3}$; b) $\frac{13}{5}$; c) $\frac{15}{7}$; d) $\frac{32}{9}$; e) $\frac{32}{3}$; f) $\frac{19}{5}$. **2.** a) $\frac{3}{2}$; b) $\frac{3}{2}$; c) $\frac{11}{5}$; d) $\frac{7}{3}$; e) $\frac{9}{5}$; f) $\frac{5}{3}$. **3.** a) $\frac{5}{4}$; b) $\frac{3}{4}$; c) $\frac{4}{5}$; d) $\frac{7}{6}$; e) $\frac{9}{8}$; f) $\frac{5}{7}$. **4.** a) $\frac{35}{6}$; b) $\frac{37}{12}$; c) $\frac{24}{13}$; d) $\frac{8}{5}$. **5.** a) $x + y = 2$; b) $x + y = 3$. **6.** a) $\frac{3}{2}$; b) $\frac{19}{8}$; c) $\frac{48}{7}$; d) $\frac{11}{4}$; e) $\frac{4}{3}$; f) $\frac{3}{2}$. **7.** a) $\frac{23}{12}$; b) $\frac{37}{20}$; c) $\frac{29}{30}$; d) $\frac{43}{36}$; e) $\frac{61}{40}$; f) $\frac{53}{48}$. **8.** $\frac{16}{27}$. **9.** a) $5\frac{1}{4}$; b) $5\frac{1}{2}$; c) $6\frac{3}{8}$; d) $7\frac{7}{12}$; e) $7\frac{19}{20}$; f) $9\frac{11}{18}$. **10.** a) $10\frac{1}{5}$; b) $7\frac{2}{7}$; c) $9\frac{4}{9}$; d) $7\frac{11}{20}$; e) $12\frac{19}{24}$; f) $14\frac{15}{28}$. **11.** $179\frac{8}{9}$ kg. **12.** a) $\frac{13}{5}$; b) $\frac{3}{2}$; c) $\frac{13}{7}$; d) $\frac{7}{6}$; e) $\frac{5}{12}$; f) $\frac{18}{25}$. **13.** a) $\frac{59}{27}$; b) $\frac{5}{6}$; c) $\frac{25}{16}$; d) $\frac{25}{28}$; e) $\frac{37}{30}$; f) $\frac{37}{32}$. **14.** a) $S = \frac{185}{3}$; b) $S = \frac{55}{4}$. **15.** a) $6\frac{11}{12}$; b) $5\frac{11}{24}$; c) $8\frac{1}{20}$; d) $8\frac{19}{42}$; e) $8\frac{23}{60}$; f) $11\frac{25}{96}$. **16.** a) $\frac{97}{60}$; b) $\frac{17}{9}$; c) $\frac{143}{80}$; d) $\frac{91}{96}$; e) $\frac{175}{108}$; f) $\frac{113}{150}$. **17.** $x = \frac{11}{8}$ şi $y = \frac{11}{6}$; $x + y = \frac{77}{24}$. **18.** $f_1 = \frac{95}{36}$ şi $f_2 = \frac{21}{8}$; $f_1 > f_2$. **19.** Egalitatea se mai scrie $\overline{ab} + 3\overline{ba} = 27(a + b)$, de unde rezultă că $2b = 7a$, deci $a = 2$, $b = 7$ şi $\overline{ab} = 27$. **20.** Presupunem că $a \leq b \leq c$. Din ipoteză rezultă că $bc + ca + ab + 1 = abc$, prin urmare a, b şi c nu sunt toate impare, deci $a = 2$; $b = 2 + \frac{5}{c-2}$, deci $c - 2 = 1$ sau $c - 2 = 5$ şi analizând obţinem $b = 3$ şi $c = 7$.

Ce notă merit? Test de evaluare stadială

1. a) $\frac{30}{13}$; b) $2\frac{1}{3}$; c) $2\frac{4}{5}$. **2.** a) $2\frac{1}{4}$; b) $3\frac{1}{6}$; c) $3\frac{11}{42}$. **3.** $f = \frac{37}{12}$, $f < \frac{47}{15}$.

Lecţia 33. Scăderea fracţiilor ordinare

1. a) $\frac{4}{3}$; b) $\frac{3}{7}$; c) $\frac{8}{5}$; d) $\frac{10}{3}$; e) $\frac{14}{9}$; f) $\frac{16}{7}$. **2.** a) $\frac{3}{2}$; b) $\frac{7}{3}$; c) $\frac{5}{2}$; d) $\frac{8}{3}$; e) $\frac{3}{2}$; f) $\frac{7}{3}$. **3.** a) $\frac{13}{3}$; b) $\frac{12}{5}$; c) $\frac{24}{7}$; d) $\frac{17}{3}$; e) $\frac{7}{2}$; f) $\frac{7}{3}$. **4.** a) $\frac{1}{2}$; b) $\frac{1}{4}$; c) $\frac{1}{2}$; d) $\frac{1}{3}$. **5.** $\frac{2}{5}$. **6.** a) $x - y = 2$; b) $x - y = 1$. **7.** a) $\frac{5}{8}$; b) $\frac{16}{9}$; c) $\frac{1}{4}$; d) $\frac{6}{5}$; e) $\frac{11}{24}$; f) $\frac{13}{14}$. **8.** a) $\frac{11}{15}$; b) $\frac{17}{18}$; c) $\frac{5}{24}$; d) $\frac{1}{28}$; e) $\frac{1}{10}$; f) $\frac{19}{36}$. **9.** a) $\frac{43}{45}$; b) $\frac{11}{40}$; c) $\frac{31}{48}$; d) $\frac{37}{54}$; e) $\frac{19}{24}$; f) $\frac{29}{30}$; g) $\frac{2}{15}$; h) $\frac{31}{36}$. **10.** a) $2\frac{1}{2}$; b) $1\frac{2}{5}$; c) $1\frac{1}{5}$; d) $\frac{35}{36}$; e) $\frac{19}{60}$; f) $\frac{31}{75}$. **11.** a) $\frac{19}{48}$; b) $\frac{23}{60}$; c) $\frac{13}{8}$; d) $\frac{29}{25}$; e) $\frac{19}{21}$; f) $\frac{7}{10}$. **12.** a) $\frac{14}{5}$; b) $\frac{33}{16}$; c) $\frac{13}{16}$. **13.** a) $1\frac{13}{40}$; b) $1\frac{25}{36}$; c) $\frac{23}{56}$. **14.** $\frac{1}{4}$ din turmă. **15.** a) $4\frac{1}{4}$; b) $1\frac{7}{12}$; c) $\frac{4}{9}$; d) $2\frac{1}{30}$; e) $3\frac{4}{27}$; f) $\frac{11}{16}$. **16.** a) $\frac{7}{3}$; b) $\frac{7}{5}$. **17.** $x = \frac{2}{25}$ şi $y = \frac{3}{10}$; $y - x = \frac{11}{50}$. **18.** $f_1 = \frac{29}{27}$ şi $f_2 = \frac{65}{48}$; $f_1 < f_2$. **19.** $a = 999 - \frac{1}{2} - \frac{2}{3} - \frac{3}{4} - ... - \frac{999}{1000} = 1 - \frac{1}{2} + 1 - \frac{2}{3} + 1 - \frac{3}{4} + ... + 1 - \frac{999}{1000} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + ... + \frac{1}{1000} = b$. **20.** a) $S_1 = \frac{31}{32}$; b) $S_2 = 2\frac{16}{17}$.

Ce notă merit? Test de evaluare stadială

1. a) $1\frac{10}{11}$; b) $\frac{3}{4}$; c) $1\frac{1}{2}$. **2.** a) $\frac{5}{6}$; b) $2\frac{17}{24}$; c) $1\frac{21}{40}$. **3.** $f=\frac{27}{20}$, $f<\frac{18}{13}$.

Lecţia 34. Înmulţirea fracţiilor ordinare. Proprietăţile înmulţirii

1. a) $\frac{10}{3}$; b) $\frac{15}{7}$; c) $\frac{3}{2}$; d) $\frac{10}{3}$; e) $\frac{21}{2}$; f) $\frac{7}{4}$. **2.** a) $\frac{9}{10}$; b) $\frac{16}{35}$; c) $\frac{28}{15}$; d) $\frac{40}{21}$; e) $\frac{35}{18}$; f) $\frac{32}{45}$. **3.** a) $\frac{4}{21}$; b) $\frac{5}{18}$; c) $\frac{5}{24}$; d) $\frac{14}{5}$; e) $\frac{5}{14}$; f) $\frac{15}{16}$. **4.** a) $\frac{2}{15}$; b) $\frac{2}{3}$; c) $\frac{5}{18}$; d) $\frac{12}{5}$; e) $\frac{27}{10}$; f) $\frac{7}{2}$. **5.** a) $\frac{10}{3}$; b) $\frac{15}{4}$; c) $\frac{5}{3}$; d) $\frac{7}{6}$; e) $\frac{3}{2}$; f) $\frac{10}{3}$. **6.** a) $\frac{14}{3}$; b) $\frac{10}{3}$; c) $\frac{15}{4}$; d) $\frac{42}{5}$; e) $\frac{22}{3}$; f) $\frac{27}{2}$. **7.** a) $\frac{2}{3}$; b) $\frac{7}{6}$; c) $\frac{2}{3}$; d) $\frac{5}{3}$; e) $\frac{1}{2}$. **8.** a) $2\frac{2}{3}$; b) $\frac{1}{2}$; c) $\frac{5}{8}$; d) $\frac{9}{4}$; e) $\frac{15}{16}$. **9.** a) $1\frac{1}{18}$; b) $1\frac{1}{24}$; c) $2\frac{7}{15}$; d) $\frac{5}{6}$; e) $1\frac{11}{36}$; f) $\frac{23}{54}$. **10.** a) $\frac{9}{20}$; b) $\frac{5}{6}$; c) $\frac{13}{60}$; d) $1\frac{19}{30}$; e) $\frac{11}{72}$; f) $1\frac{1}{5}$. **11.** a) $\frac{47}{30}$; b) $\frac{11}{18}$; c) $\frac{29}{42}$; d) $\frac{23}{48}$; e) $\frac{67}{60}$; f) $\frac{53}{60}$. **12.** a) $\frac{7}{2}$; b) $\frac{2}{3}$; c) $\frac{3}{2}$; d) $\frac{5}{3}$; e) $\frac{7}{8}$; f) $\frac{7}{5}$. **13.** a) $p\cdot q=\frac{1}{10}$; b) $p\cdot q=\frac{1}{32}$. **14.** $x=\frac{24}{5}$ şi $y=\frac{9}{8}$; $x\cdot y=\frac{27}{5}$. **15.** a) $\frac{19}{27}$; b) $\frac{2}{5}$. **16.** a) $\frac{1}{4}$; b) $\frac{37}{18}$. **17.** $x=\frac{5}{9}$ şi $y=\frac{21}{20}$; $x\cdot y=\frac{7}{12}$. **18.** $f_1=\frac{2}{25}$ şi $f_2=\frac{3}{10}$; $f_1+f_2-f_1\cdot f_2=\frac{89}{250}$. **19.** $p=$ $=\frac{101}{2}$ şi $q=\frac{1}{101}$; $p\cdot q=\frac{1}{2}$. **20.** $f=\frac{34}{103}$; $0<f<1$, deci $f\cdot\frac{a}{b}=1$, de unde obţinem $\frac{a}{b}=\frac{103}{34}$.

Ce notă merit? Test de evaluare stadială

1. a) $\frac{6}{5}$; b) $\frac{49}{12}$; c) $\frac{20}{3}$. **2.** $\frac{5}{3}$. **3.** $f=\frac{19}{15}$, $f<\frac{17}{12}$.

Lecţia 35. Puterea cu exponent natural a unei fracţii ordinare. Reguli de calcul cu puteri

1. a) $\frac{9}{16}$; b) $\frac{25}{9}$; c) $\frac{16}{25}$; d) $\frac{49}{9}$; e) $\frac{8}{27}$; f) $\frac{27}{64}$; g) $\frac{27}{8}$; h) $\frac{125}{27}$; i) $\frac{1}{16}$; j) $\frac{16}{81}$; k) $\frac{81}{16}$; l) $\frac{256}{81}$. **2.** a) A; b) F; c) A; d) A; e) A; f) F. **3.** a) $n=5$; b) $n=4$; c) $n=2$; d) $n=3$; e) $n=2$; f) $n=3$. **4.** a) $\frac{3}{2}$; b) $\frac{4}{3}$; c) $\frac{1}{4}$; d) $\frac{15}{16}$. **5.** a) $\frac{13}{36}$; b) $\frac{35}{16}$; c) $\frac{191}{72}$; d) $\frac{79}{16}$. **6.** a) $\left(\frac{3}{2}\right)^{22}$; b) $\left(\frac{7}{3}\right)^{19}$; c) $\left(\frac{2}{5}\right)^{25}$. **7.** a) $\left(\frac{2}{5}\right)^{20}$; b) $\left(\frac{3}{7}\right)^{21}$; c) $\left(\frac{4}{3}\right)^{14}$. **8.** a) $\left(\frac{2}{7}\right)^{33}$; b) $\left(\frac{5}{3}\right)^{60}$; c) $\left(\frac{3}{4}\right)^{44}$. **9.** a) $\left(\frac{3}{7}\right)^{23}$; b) $\left(\frac{5}{9}\right)^{13}$; c) $\left(\frac{2}{5}\right)^{30}$. **10.** a) $\left(\frac{4}{7}\right)^{7}$; b) $\left(\frac{9}{5}\right)^{29}$; c) $\left(\frac{3}{7}\right)^{24}$. **11.** a) $3\frac{2}{3}$; b) $1\frac{7}{8}$; c) $2\frac{1}{18}$. **12.** a) $4\frac{7}{8}$; b) $\frac{6}{25}$; c) $\frac{13}{27}$. **13.** a) $1\frac{13}{16}$; b) $1\frac{1}{12}$. **14.** a) $\frac{28}{27}$; b) $\frac{65}{81}$; c) $\frac{63}{64}$; d) $\frac{13}{9}$. **15.** a) $\frac{5}{4}$; b) $\frac{15}{8}$. **16.** $x=$

$=\frac{2}{27}$ şi $y=\frac{3}{8}$; $x\cdot y=\frac{1}{36}$. **17.** $f_1=\frac{16}{15}$ şi $f_2=\frac{5}{6}$; $(f_1\cdot f_2)^2=\frac{64}{81}$. **18.** $x=\frac{19}{12}$ şi $y=\frac{7}{12}$; $(x-y)^{100}=$ $=1$. **19.** $f_n=\left(\frac{1}{10}\right)^3$ se mai scrie $\frac{1}{n+1}=\frac{1}{1000}$, de unde obţinem $n=999$. **20.** $f=\frac{2^n-1}{2^n}$, deci $f<1$.

Ce notă merit? Test de evaluare stadială

1. a) $\frac{81}{25}$; b) $\frac{27}{64}$; c) $\frac{81}{16}$. **2.** $\frac{25}{49}$. **3.** $f=\frac{5}{12}$; $\frac{10^{(2}}{24}=\frac{5}{12}$, deci $f=\frac{10}{24}$.

Lecţia 36. Împărţirea fracţiilor ordinare

1. a) $\frac{1}{6}$; b) $\frac{1}{8}$; c) $\frac{1}{101}$; d) $\frac{1}{47}$; e) $\frac{1}{61}$; f) $\frac{1}{203}$; g) $\frac{1}{5}$; h) $\frac{1}{9}$. **2.** a) 13; b) 4; c) 67; d) $\frac{31}{75}$; e) $\frac{9}{4}$; f) $\frac{29}{54}$; g) $\frac{2}{3}$; h) $\frac{7}{18}$; i) $\frac{6}{35}$; j) $\frac{3}{23}$. **3.** a) $\frac{3}{4}$; b) $\frac{6}{35}$; c) $\frac{10}{3}$; d) $\frac{15}{2}$; e) 21; f) $\frac{20}{3}$. **4.** a) $\frac{14}{15}$; b) $\frac{35}{24}$; c) $\frac{45}{8}$; d) $\frac{56}{27}$; e) $\frac{10}{63}$; f) $\frac{48}{35}$. **5.** a) $\frac{5}{6}$; b) $\frac{10}{21}$; c) $\frac{6}{7}$; d) $\frac{9}{20}$; e) $\frac{14}{15}$; f) $\frac{6}{5}$. **6.** a) $\frac{5}{6}$; b) $\frac{7}{6}$; c) $\frac{9}{35}$; d) $\frac{18}{35}$; e) $\frac{56}{45}$; f) $\frac{3}{4}$. **7.** a) $\frac{10}{27}$; b) $1\frac{1}{15}$; c) $\frac{16}{25}$; d) $3\frac{1}{3}$; e) $\frac{5}{6}$. **8.** a) $1\frac{3}{5}$; b) 4; c) $2\frac{1}{7}$; d) $\frac{1}{2}$; e) $1\frac{1}{3}$. **9.** a) $\frac{4}{5}$; b) $\frac{28}{45}$; c) $\frac{8}{21}$; d) $\frac{2}{5}$. **10.** a) $\frac{9}{20}$; b) $1\frac{1}{2}$; c) $1\frac{1}{15}$; d) $2\frac{4}{5}$. **11.** a) $\frac{3}{4}$; b) $\frac{3}{32}$; c) $\frac{3}{14}$; d) $\frac{1}{6}$; e) $4\frac{1}{6}$; f) $\frac{2}{9}$. **12.** a) $\frac{1}{4}$; b) $\frac{13}{18}$; c) $1\frac{2}{15}$; d) $1\frac{4}{5}$; e) $1\frac{11}{75}$; f) $1\frac{11}{72}$. **13.** a) $1\frac{1}{2}$; b) $\frac{23}{30}$; c) $\frac{1}{10}$; d) $\frac{23}{45}$; e) $\frac{1}{6}$; f) $\frac{47}{56}$. **14.** a) $\frac{34}{75}$; b) $\frac{1}{4}$. **15.** $x=\frac{35}{36}$ şi $y=\frac{5}{24}$; $x:y=$ $=\frac{14}{3}$. **16.** $x=\frac{5}{6}$ şi $y=\frac{15}{8}$; $(x:y)^2=\frac{16}{81}$. **17.** $f_1=\frac{3}{8}$ şi $f_2=\frac{1}{4}$; $(f_1:f_2)^3=\frac{27}{8}$. **18.** $f=\frac{1}{100}$, deci inversa fracţiei f este egală cu 10^2. **19.** $f_7=\frac{1}{8}$ şi $f_{13}=\frac{1}{14}$, deci $f_7:f_{13}=\frac{7}{4}$. **20.** $f=\frac{2^{50}-1}{1}:$ $:\frac{5^{26}-1}{4}=\frac{4^{26}-4}{5^{26}-1}$, deci $f<1$.

Ce notă merit? Test de evaluare stadială

1. a) $\frac{10}{9}$; b) $\frac{2}{7}$; c) $\frac{9}{16}$. **2.** $2\frac{3}{10}$. **3.** $f=\frac{31}{50}$, deci inversa fracţiei f este $\frac{50}{31}$.

Lecţia 37. Aflarea unei fracţii dintr-un număr natural. Aflarea unei fracţii dintr-o fracţie

1. a) A; b) F; c) F; d) A. **2.** a) 14; b) 30; c) 21; d) 16; e) 10; f) 20. **3.** 48 pixuri. **4.** a) $\frac{35}{2}$; b) $\frac{35}{3}$; c) $\frac{11}{3}$; d) $\frac{27}{2}$; e) $\frac{28}{3}$; f) $\frac{25}{2}$. **5.** 9 exerciţii. **6.** a) 15 kg; b) 28 kg; c) 35 kg; d) 54 kg; e) 20 kg. **7.** 27 km. **8.** a) 4; b) 3; c) 2; d) 2; e) 4; f) 2. **9.** 20 lei. **10.** a) $\frac{3}{4}$; b) $\frac{5}{7}$; c) $\frac{7}{2}$; d) $\frac{4}{5}$; e) $\frac{9}{4}$; f) $\frac{9}{8}$. **11.** 78 kg. **12.** a) $\frac{6}{5}$; b) $\frac{16}{9}$; c) $\frac{24}{5}$; d) $\frac{11}{10}$. **13.** 375 km. **14.** a) 10626; b) 11132. **15.** a) 36; b) 48. **16.** 240 km. **17.** 216 telefoane. **18.** 24 lei. **19.** 36 pagini. **20.** 225 ha.

Ce notă merit? Test de evaluare stadială

1. a) 80; b) 40 km; c) 30,8 t. **2.** a) $\frac{7}{9}$; b) $\frac{2}{7}$; c) $\frac{11}{4}$. **3.** 18 t.

Lecţia 38. Procente. Aflarea unui procent dintr-un număr natural. Aflarea unui procent dintr-o fracţie

1. a) F; b) A; c) A; d) F. **2.** a) $\frac{9}{20}$; b) $\frac{7}{25}$; c) $\frac{1}{10}$; d) $\frac{1}{5}$; e) $\frac{1}{4}$; f) $\frac{3}{4}$. **3.** a) $\frac{3}{25}$; b) $\frac{6}{25}$; c) $\frac{2}{5}$; d) $\frac{9}{25}$; e) $\frac{5}{4}$; f) $\frac{6}{5}$. **4.** a) 60; b) 33; c) 36; d) 72; e) 98. **5.** 2106 lei. **6.** a) $\frac{84}{5}$; b) $\frac{81}{5}$; c) $\frac{333}{10}$; d) $\frac{195}{4}$; e) $\frac{408}{5}$. **7.** 783 t. **8.** a) 18 km; b) 45 km; c) 77 km; d) 36 km; e) 91 km. **9.** 51 lei. **10.** a) $\frac{3}{10}$; b) $\frac{3}{10}$; c) $\frac{2}{5}$; d) $\frac{2}{5}$; e) $\frac{2}{3}$. **11.** 2575 lei. **12.** a) $\frac{8}{3}$; b) $\frac{10}{3}$; c) $\frac{9}{4}$; d) $\frac{9}{8}$; e) $\frac{9}{2}$. **13.** 18 ani. **14.** 247 lei. **15.** a) 12404; b) 15505. **16.** 93 pagini. **17.** 273 lei. **18.** a) 6273; b) 5814. **19.** 536 km. **20.** 111 t.

Ce notă merit? Test de evaluare stadială

1. a) $\frac{1}{2}$; b) $\frac{3}{25}$; c) $\frac{2}{5}$. **2.** a) 638; b) 30 m; c) 162 t. **3.** 12 ani.

Teste de evaluare sumativă

Testul 1. 5. $n = 3$. **6.** $\frac{1}{12}$. **Testul 2. 5.** $\frac{32}{81}$. **6.** $f < \frac{7}{16}$. **Testul 3. 5.** $f < \frac{6}{31}$. **6.** $\frac{36}{35}$.

Fişă pentru portofoliul elevului

I. 1. A. **2.** A. **3.** A. **II. 1.** 4 **2.** 15 fete. **3.** $\frac{1}{12}$. **III. 1.** C. **2.** D. **3.** B. **IV.** $f = \frac{3}{4}$, deci $f < \frac{4}{5}$.
V. a) $f_1 = \frac{5}{4}\cdot\frac{28}{15} - \frac{5}{4}\cdot\frac{17}{25} - \frac{5}{4}\cdot\frac{32}{75} = \frac{7}{3} - \frac{17}{20} - \frac{8}{15} = \frac{19}{20}$; b) $f_2 = \frac{19}{5}$; $f_1 : f_2 = \frac{1}{4} = \left(\frac{1}{2}\right)^2$, deci $n = 2$.

Model de test pentru Evaluarea Naţională

1. D. 11. **2.** C. 15°C. **3.** A. 8°C. **4.** 45 ani. **5.** 22 ani, 23 ani. **6.** 18 ani. **7.** 3240 ha. **8.** 1782 ha. **9.** 2200 ha.

MODELE DE TESTE PENTRU EVALUAREA CUNOŞTINŢELOR

Testul 1
Subiectul I. 1. D. **2.** C. **3.** A. **4.** C. **5.** B. **Subiectul al II-lea. 1.** 3. **2.** $a = 105400$, deci $10 \mid a$. **3.** 36 şi 144. **4.** 1, 3, 7 şi 9. **5.** $a = 4\underbrace{000...0}_{n \text{ cifre}} - 1 = 3\underbrace{999...9}_{n \text{ cifre}}$, deci $a \,\vdots\, 3$.

Testul 2
Subiectul I. 1. C. **2.** B. **3.** D. **4.** C. **5.** A. **Subiectul al II-lea. 1.** $n = 6$. **2.** $a = 4^{11} = (2^{11})^2$. **3.** 175 lei. **4.** $a = 27 \cdot 6 + 24 = 186$. **5.** $a = 125\underbrace{000...0}_{n \text{ cifre}} + 1 = 125\underbrace{0...1}_{n \text{ cifre}}$, deci $a \,\vdots\, 9$.

Testul 3
Subiectul I. 1. B. **2.** D. **3.** A. **4.** C. **5.** D. **Subiectul al II-lea. 1.** $x = 27^{17}$, $y = 25^{17}$, deci $x > y$. **2.** 125. **3.** 5 grupe cu 2 elevi şi 6 grupe cu 3 elevi. **4.** $r = 13$. **5.** 0, 1, 2, 3, 4, 5.

Cuprins